t. 128, s. 83

$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$

$f(x) = 6 - e^{-x}$

Funktiolla f on käänteisfunktio (reaalilukujen joukossa), jos f on aidosti monotoninen kaikkialla.

Koska $f'(x) = e^{-x} > 0$ kaikilla $x \in \mathbb{R}$, niin f on aidosti kasvava.

Funktiolla f on siis käänteisfunktio f^{-1}.

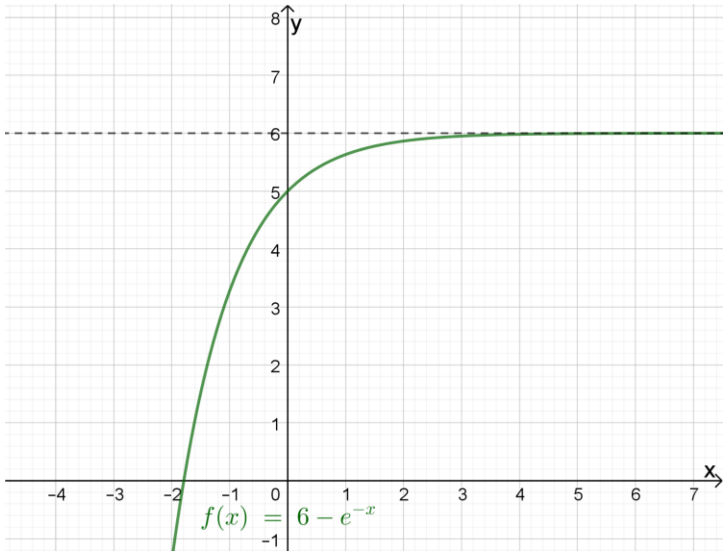
Käänteisfunktion määrittelyjoukko on f:n arvojoukko.

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} (6 - \underbrace{e^{-x}}_{\to 0}) = 6$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} (6 - \underbrace{e^{-x}}_{\to \infty}) = -\infty$$

Funktio f kasvaa aidosti ja lähestyy *asymptoottisesti* arvoa 6

(Funktiolla f ei ole pienintä eikä suurinta arvoa.)



Koska f kaikkialla jatkuva, niin sen arvojoukko on $]-\infty, 6[$.
Tämä on myös käänteisfunktion määrittelyjoukko.

Käänteisfunktion lauseke saadaan ratkaisemalla x yhtälöstä $y = f(x)$.

$$y = 6 - e^{-x}$$

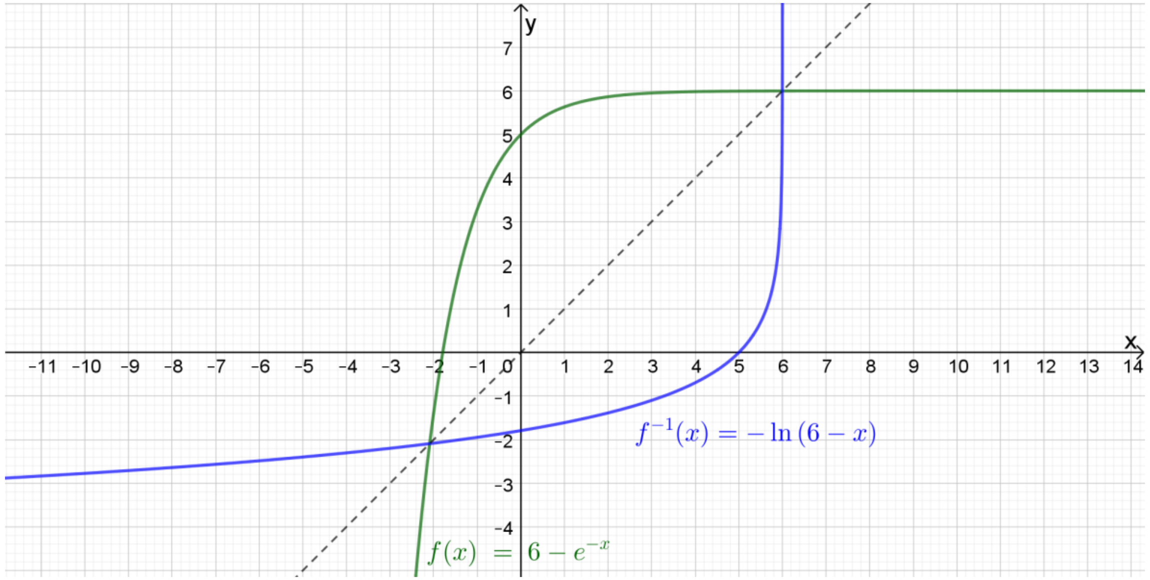
$$e^{-x} = 6 - y \quad \Big| \ln$$

$$-x = \ln(6 - y)$$

$$x = -\ln(6 - y)$$

Vaihdetaan muuttujat: $$y = -\ln(6 - x)$$

Käänteisfunktion lauseke on siis $f^{-1}(x) = -\ln(6 - x)$



Huom! Muuttujakirjaimella ei ole funktion (säännön) kannalta merkitystä. Jos funktio esitetään koordinaatistossa, niin silloin $x =$ muuttuja (argumentti) ja $y =$ funktion arvo.

Arvojoukon $]-\infty, 6[$ voi päätellä myös käänteisfunktion lausekkeesta.
(Ehto $6 - x > 0$)