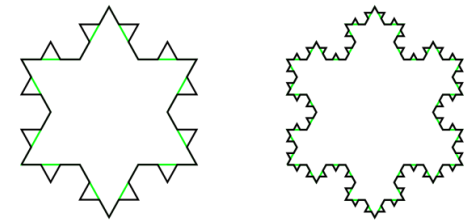
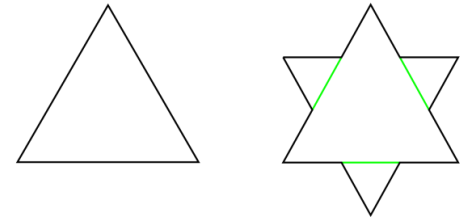
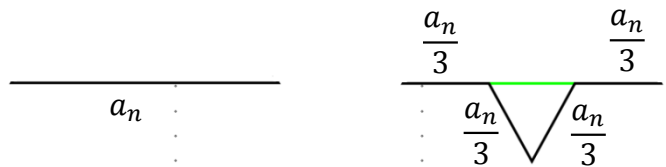


t. 311, s. 172

- a) Olkoon monikulmion K_n sivun pituus a_n .
 Sivun korvautuu seuraavassa monikulmiossa K_{n+1}
 murtoviivalla, jonka pituus on $a_{n+1} = \frac{4}{3} \cdot a_n$



Siis seuraavan monikulmion piiri on $\frac{4}{3}$ -kertainen edelliseen verrattuna.

Piirit P_i muodostavan geometrisen jonon (P_n) , jossa $P_1 = 3 \cdot a_1 = 3 \cdot 1 = 3$ ja suhdeluku $q = \frac{4}{3}$.

Kuvion K_n piiri on siis $P_n = 3 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{n-1}$

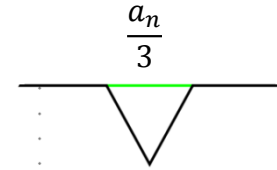
Kuvion K_{10} piiri: $P_{10} = 3 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^9 \approx 39,95$

Kuvion K_{50} piiri: $P_{50} = 3 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{49} \approx 3\,973\,000$

Koska $\frac{4}{3} > 1$, niin jono (P_n) ei suppene. (Tekijä $\left(\frac{4}{3}\right)^{n-1}$ suurenee rajatta.)

b) Tasasivuisen kolmion pinta-ala on $A = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$, missä a on kolmion sivun pituus.
 Ensimmäisen kolmion pinta-ala on siis $A_1 = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 1^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

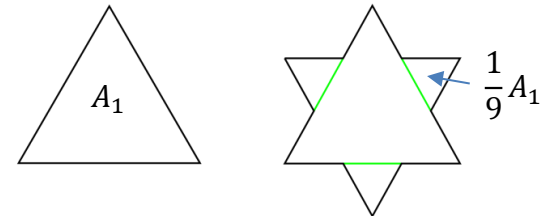
Monikulmion K_n jokaiselle sivulle a_n tulee seuraavassa monikulmiossa lisäksi tasasivuinen kolmio, jonka sivun pituus on $\frac{a_n}{3}$.



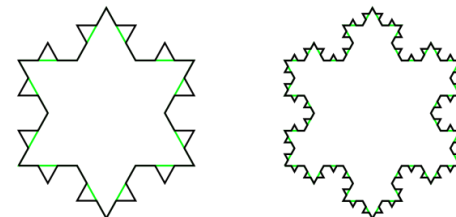
Siis lisättävän tasasivuisen kolmion pinta-ala on $\frac{1}{9}$ edellisen lisätyn kolmion pinta-alasta (pinta-ala on verrannollinen mittakaavan neliöön).

Sivujen määrä nelikertaistuu aina seuraavassa monikulmiossa, joten pinta-alan lisäys on $\frac{4}{9}$ edellisestä lisäyksestä.

Ensimmäinen lisäys on $3 \cdot \frac{1}{9} A_1 = \frac{1}{3} A_1$



Lisäyksistä muodostuu suppeneva geometrinen sarja, jonka suhdeluku $q = \frac{4}{9}$ ja ensimmäinen termi $\frac{1}{3} A_1$



$$\begin{aligned}\lim_{n \rightarrow \infty} A_n &= A_1 + \frac{1}{3}A_1 + \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{3}A_1 + \left(\frac{4}{9}\right)^2 \cdot \frac{1}{3}A_1 + \dots = A_1 + \frac{\frac{1}{3}A_1}{1 - \frac{4}{9}} = A_1 + \frac{9}{5} \cdot \frac{1}{3}A_1 \\ &= A_1 + \frac{3}{5}A_1 = \frac{8}{5}A_1 = \frac{8}{5} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \underline{\underline{\frac{2\sqrt{3}}{5}}}\end{aligned}$$