t. 288, s. 169

$$\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{x+1}{x}\right)^n$$

Kyseessä on geometrinen sarja, kun $x \neq 0$.

Sarjan ensimmäinen termi a = 1 ja suhdeluku $q = \dfrac{x+1}{x}$

(Huom. s. 169 alaviite)

$$\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{x+1}{x}\right)^n = 1 + \frac{x+1}{x} + \left(\frac{x+1}{x}\right)^2 + \left(\frac{x+1}{x}\right)^3 + \cdots$$

Sarja suppenee kun $|q| < 1$:

$$\left|\frac{x+1}{x}\right| < 1 \qquad \Big|\ ()^2 \qquad \text{(molemmat puolet} \geq 0)$$

$$\left(\frac{x+1}{x}\right)^2 < 1^2$$

$$\frac{(x+1)^2}{x^2} < 1 \qquad \Big|\ \cdot x^2 \qquad (> 0)$$

$$(x+1)^2 < x^2$$

$$x^2 + 2x + 1 < x^2$$

$$2x < -1$$

$$x < -\frac{1}{2}$$

Kun sarja suppenee, sen summa on

$$S = \frac{a}{1-q} = \frac{1}{1-\frac{x+1}{x}} = \frac{1}{\frac{x}{x} - \frac{x+1}{x}}$$

$$S = \frac{x}{x-(x+1)} = \frac{x}{-1} = -x$$

V: Sarja suppenee kun $x < -\dfrac{1}{2}$
ja sen summa on tällöin $-x$