t. 195, s. 117

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{(x^2+1)^2}\,dx = \int_{-\infty}^{0} \frac{x}{(x^2+1)^2}\,dx + \int_{0}^{\infty} \frac{x}{(x^2+1)^2}\,dx$$

Raja-arvoa ei saa laskea molemmissa päissä samalla kertaa (vrt. t. 198).

Lasketaan epäoleelliset integraalit raja-arvoina. Käsitellään ensin "oikea puoli" eli tapaus $s \to \infty$.

$$\int_{0}^{s} \frac{x}{(x^2+1)^2}\,dx = \frac{1}{2}\int_{0}^{s} 2x(x^2+1)^{-2}\,dx = \frac{1}{2}\Big/_{2}^{s} \frac{1}{-2+1}(x^2+1)^{-2+1} =$$

$$\int f'(x)\big(f(x)\big)^n\,dx = \frac{1}{n+1}\big(f(x)\big)^{n+1} + C$$

$$-\frac{1}{2}\Big/_{0}^{s} \frac{1}{x^2+1} = -\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{s^2+1} - \frac{1}{0^2+1}\right) \to -\frac{1}{2}\cdot(0-1) = \frac{1}{2}$$,kun $s \to \infty$

0, kun $s \to \infty$

Vastaavasti vasen puoli eli tapaus $s \to -\infty$:

$$\int_{s}^{0} \frac{x}{(x^2+1)^2}\,dx = -\frac{1}{2}\Big/_{s}^{0} \frac{1}{x^2+1} = -\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{0^2+1} - \frac{1}{s^2+1}\right) \to -\frac{1}{2}\cdot(1-0) = -\frac{1}{2}$$,kun $s \to -\infty$

0, kun $s \to -\infty$

Siis

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{(x^2+1)^2}\,dx = \int_{-\infty}^{0} \frac{x}{(x^2+1)^2}\,dx + \int_{0}^{\infty} \frac{x}{(x^2+1)^2}\,dx = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \underline{\underline{0}}$$

(Huomaa, että kyseessä on pariton funktio)