t. 169, s. 105

$$f(x) = e^{-|x|} = \begin{cases} e^{x}, \text{kun } x < 0 \\ e^{-x}, \text{kun } x \geq 0 \end{cases}$$

(Koska *f* on jatkuva funktio, niin sillä on olemassa integraalifunktio *F*.)

Integraalifunktiot ovat muotoa:

$$F(x) = \begin{cases} e^{x} + C, \text{kun } x < 0 \\ -e^{-x} + D, \text{kun } x \geq 0 \end{cases}$$

C, *D* ∈ ℝ

Paloittain integroitaessa on käytettävä kahta eri integroimisvakiota!

Koska integraalifunktio on derivoituva $(F' = f)$, niin sen on oltava jatkuva. Jatkuvuutta täytyy tarkastella erityisesti kohdassa $x = 0$ kummaltakin puolelta lähestyen.

$$\lim_{x \to 0+} F(x) = \lim_{x \to 0+} (-e^{-x} + D) = -1 + D = F(0)$$

F on oikeanpuoleisesti jatkuva

$$\lim_{x \to 0-} F(x) = \lim_{x \to 0-} (e^{x} + C) = 1 + C$$

Toispuolisten raja-arvojen täytyy olla yhtä suuria $(= F(0))$:

$$-1 + D = 1 + C$$
$$D = C + 2$$

$$F(x) = \begin{cases} e^{x} + C, & \text{kun } x < 0 \\ -e^{-x} + C + 2, & \text{kun } x \geq 0 \end{cases}$$

$$F(0) = -e^{0} + C + 2 = 0$$
$$C = -1$$

Funktio F on siis

$$F(x) = \begin{cases} e^x - 1, \text{kun } x < 0 \\ -e^{-x} + 1, \text{kun } x \geq 0 \end{cases}$$