t. 153, s. 91

Merkitään $f(x) = 2\arctan x - \ln(1+x^2)$

Arkustangentti on määritelty kaikilla reaaliluvuilla, kuten myös $\ln(1+x^2)$, sillä $1+x^2>0$.
Funktion f määrittelyjoukko on siis $\mathbb{R}$.

Tutkitaan funktion kulkua derivaatan avulla:

$$f'(x) = 2\cdot\frac{1}{1+x^2} - \frac{2x}{1+x^2}$$

$D\arctan x = \dfrac{1}{1+x^2}$

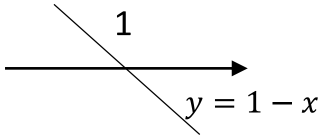
$$f'(x) = 2\cdot\frac{1-x}{1+x^2} = 0$$

$D\ln f(x) = \dfrac{f'(x)}{f(x)},\qquad f(x)>0$

$$\Leftrightarrow 1-x=0 \quad \Leftrightarrow \quad x=1$$

Kulkukaavio:

		1	
$f'(x)$	$+$		$-$
$f(x)$	↗		↘



Osoittaja $1-x$ määrää derivaatan merkin, sillä nimittäjä $1+x^2$ on aina positiivinen.

Kulkukaavion perusteella funktion f suurin arvo on

$$f(1) = 2\arctan 1 - \ln(1+1^2) = 2 \cdot \frac{\pi}{4} - \ln 2 = \frac{\pi}{2} - \ln 2 \quad (\approx 0{,}878)$$

Pienintä arvoa ei ole.

$$(\underbrace{2\arctan x}_{\to \pm\frac{\pi}{2}} - \underbrace{\ln(1+x^2)}_{\to \infty}) \longrightarrow -\infty, \text{ kun } x \to \infty \text{ tai } x \to -\infty. \ )$$