t. 117, s. 71

$$f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$$

Määrittelyehto $x + 1 \neq 0$ eli $x \neq -1$

a) $$f(x) = \frac{\cancel{x}(2 - \frac{1}{x})}{\cancel{x}(1 + \frac{1}{x})} = \frac{2 - \overbrace{\frac{1}{x}}^{\to 0}}{1 + \underbrace{\frac{1}{x}}_{\to 0}} \longrightarrow \frac{2}{1} = 2 \text{, kun } x \longrightarrow \infty \text{ tai } x \longrightarrow -\infty$$

<u>V: Funktion f arvot lähestyvät raja-arvoa 2.</u>

b) Tutkitaan funktion kulkua derivaatan avulla:

$$f'(x) = \frac{2 \cdot (x+1) - 1 \cdot (2x-1)}{(x+1)^2} = \frac{2x + 2 - 2x + 1}{(x+1)^2}$$

$$\boxed{D\frac{f}{g} = \frac{f'g - g'f}{g^2}}$$

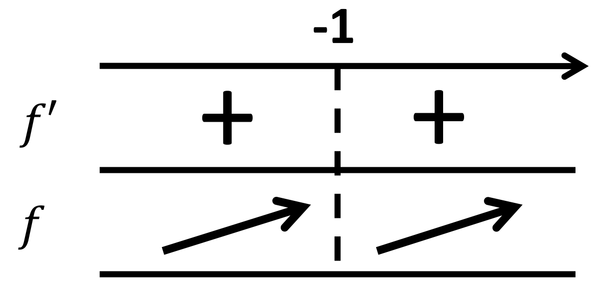
$$f'(x) = \frac{3}{(x+1)^2}$$

Parillinen potenssi aina ≥ 0.

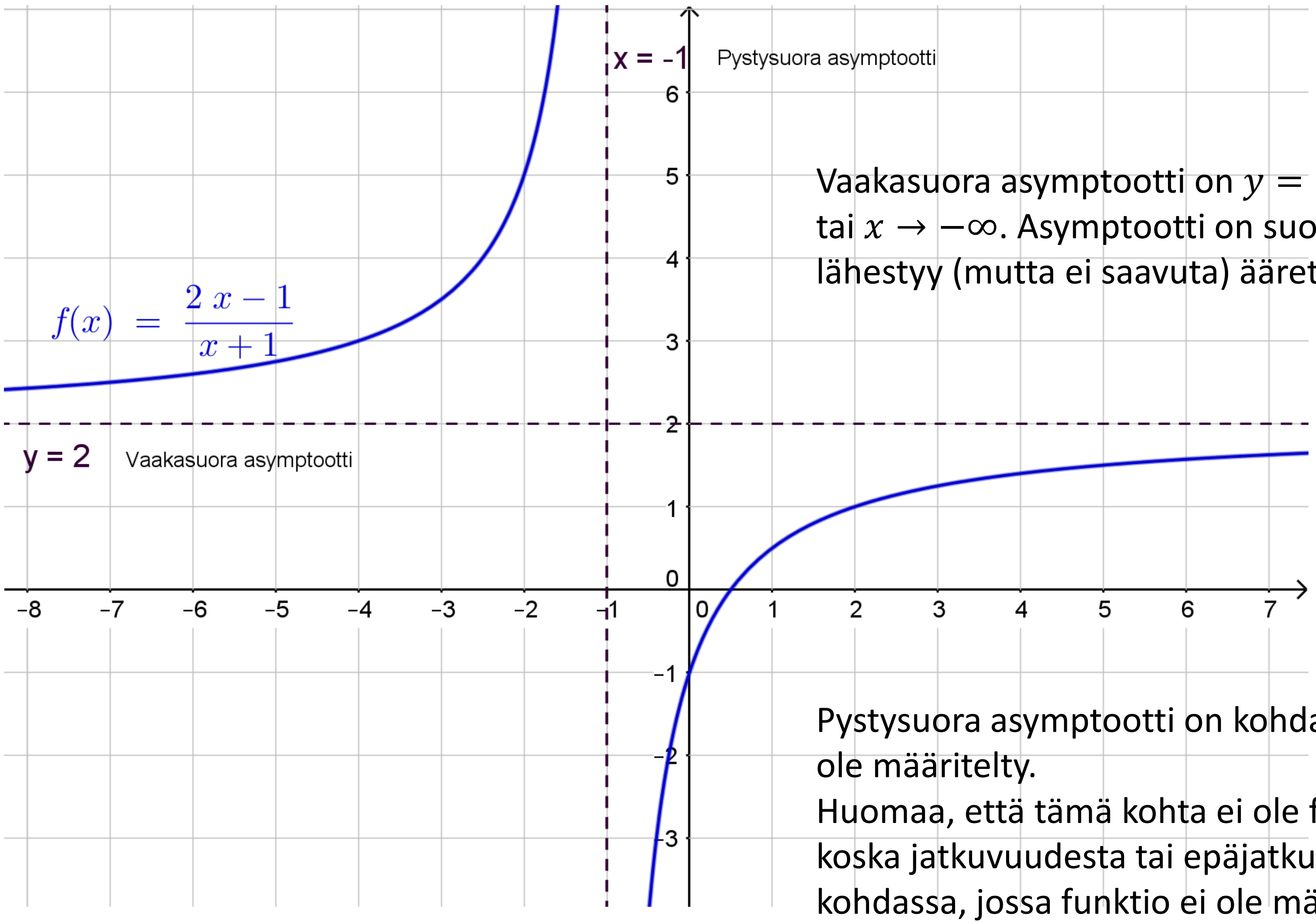
Derivaatta on määritelty ja positiivinen, kun $x \neq -1$.

Funktio f on siis kasvava väleillä $]-\infty, -1[$ ja $]-1, \infty[$.
(Huom! Ei voida silti sanoa, että f on kasvava koko määrittelyjoukossaan.)
Funktio f ei ole missään vähenevä ja sillä ei ole ääriarvoja (koska derivaatalla ei ole nollakohtia).

Kulkukaavio:



c)



Vaakasuora asymptootti on $y = 2$, koska $f(x) \to 2$, kun $x \to \infty$ tai $x \to -\infty$. Asymptootti on suora, jota funktion kuvaaja lähestyy (mutta ei saavuta) äärettömyydessä.

Pystysuora asymptootti on kohdassa $x = -1$, jossa funktio f ei ole määritelty.
Huomaa, että tämä kohta ei ole funktion f epäjatkuvuuskohta, koska jatkuvuudesta tai epäjatkuvuudesta ei voida puhua kohdassa, jossa funktio ei ole määritelty.
Rationaalifunktiot, kuten f, ovat jatkuvia määrittelyjoukoissaan.