

t. 10, s. 14

$$\text{a) } f: \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{|x^2 - 1|}{x - 1}$$

määrittely- maali-
joukko joukko

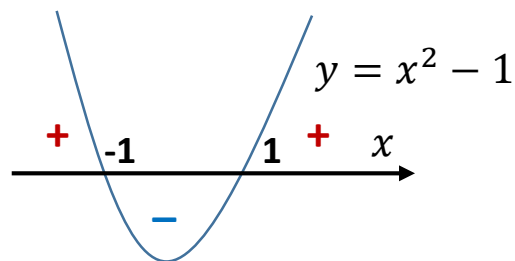
Funktiomerkinä:

Funktion f määrittelyjoukko (lähtöjoukko) on $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ eli reaalilukujen joukko, josta on leikattu pois luku yksi (ts. luvun yksi muodostama joukko).

Funktio f maalijoukko on \mathbb{R} . Tämä tarkoittaa, että funktion arvot ovat reaalilukuja.

Funktion arvojoukko on maalijoukon osajoukko.

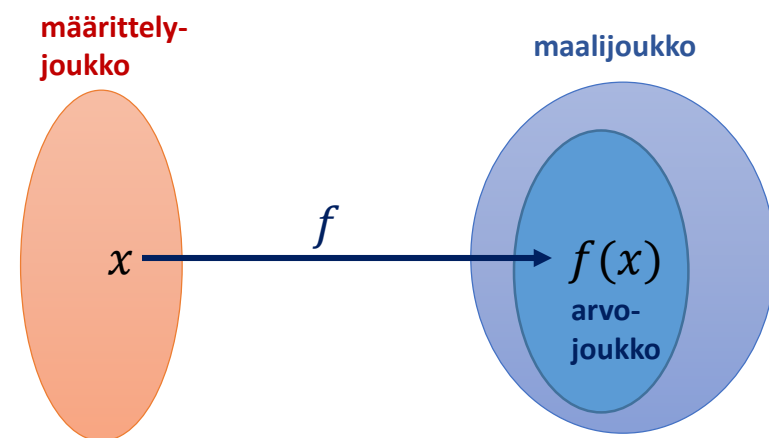
Puretaan ensin itseisarvo. Funktion $x^2 - 1$ kuvaaja on ylöspäin aukeava paraabeli, jonka nollakohdat ovat 1 ja -1 .



$$x^2 - 1 \geq 0 \iff x \geq 1 \text{ tai } x \leq -1 \quad \text{Itseisarvo on luku itse.}$$

$$x^2 - 1 < 0 \iff -1 < x < 1 \quad \text{Itseisarvo on vastaluku.}$$

$$|x^2 - 1| = \begin{cases} x^2 - 1 & , \text{ kun } x \leq -1 \\ 1 - x^2 & , \text{ kun } -1 < x < 1 \\ x^2 - 1 & , \text{ kun } x \geq 1 \end{cases}$$

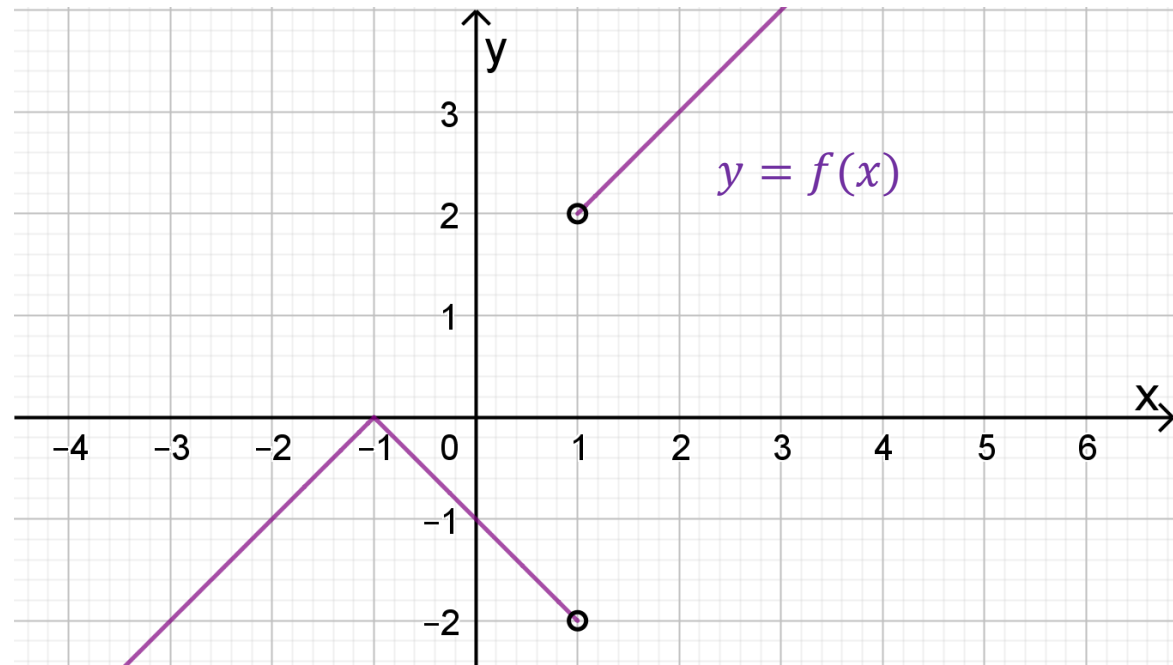


$$\frac{x^2 - 1}{x - 1} = \frac{(x + 1)(\cancel{x - 1})}{\cancel{x - 1}} = x + 1, \quad \text{kun } x \neq 1$$

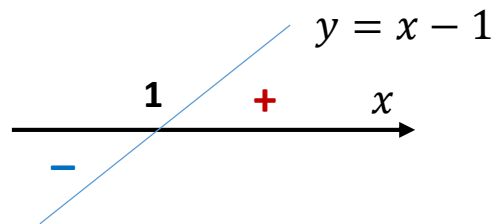
$$\frac{1 - x^2}{x - 1} = \frac{(1 + x)(\overset{-1}{\cancel{1 - x}})}{\cancel{x - 1}} = -x - 1, \quad \text{kun } x \neq 1$$

Funktio f ilman itseisarvomerkkejä on siis

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & , \text{ kun } x \leq -1 \\ -x - 1 & , \text{ kun } -1 < x < 1 \\ x + 1 & , \text{ kun } x > 1 \end{cases}$$



b) $f: \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{x^2 - 1}{|x - 1|}$



$$|x - 1| = \begin{cases} 1 - x, & \text{kun } x < 1 \\ x - 1, & \text{kun } x \geq 1 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{1 - x} = -x - 1, & \text{kun } x < 1 \\ \frac{x^2 - 1}{x - 1} = x + 1, & \text{kun } x > 1 \end{cases}$$

