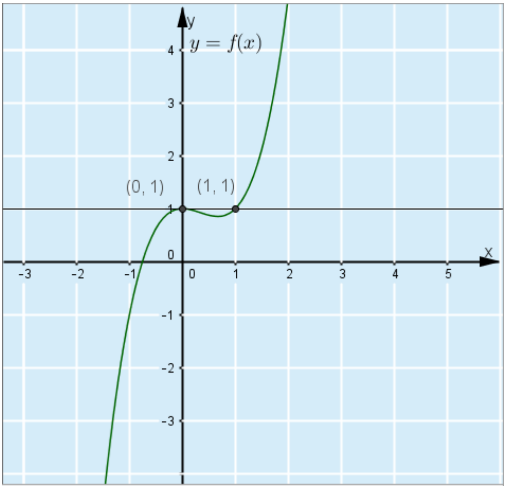
KOKOAVIA TEHTÄVIÄ

ILMAN TEKNISIÄ APUVÄLINEITÄ

1. **a)** Keskimäärinen muutosnopeus on kuvaajalle kohtien $x = 0$ ja $x = 1$ kautta piirretyn sekantin kulmakerroin. Sekantti kulkee pisteiden (0, 1) ja (1, 1) kautta.

Sekantin kulmakerroin on
$k = \frac{1-1}{1-0} = 0,$ joten
funktion f keskimääräinen muutosnopeus välillä [0, 1] on 0.

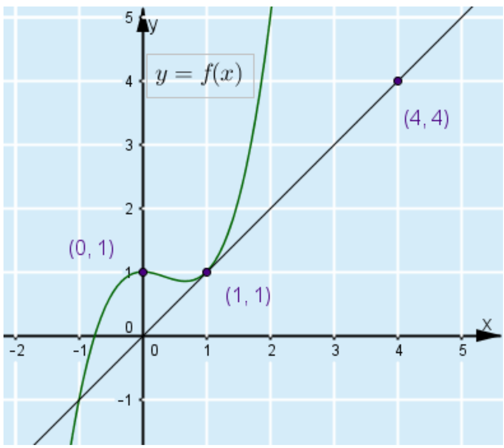
Vastaus: 0



b) Hetkellinen muutosnopeus kohdassa $x = 1$ on tähän kohtaan kuvaajalle piirretyn tangentin kulmakerroin. Tangentti kulkee pisteiden (1, 1) ja (4, 4) kautta.

Tangentin kulmakerroin on $k = \frac{4-1}{4-1} = 1,$ joten
funktion f hetkellinen muutosnopeus kohdassa $x = 1$ on 1.

Vastaus: 1



c) Kuvan perusteella funktio on kasvava, kun vasemmalta oikealla luettaessa kuvaaja nousee ylöspäin, ja vastaavasti vähenevä, kun kuvaaja laskee alaspäin.

Funktio f on kasvava likimain, kun $x \leq 0$ tai $x \geq 0{,}7$. Funktio f on vähenevä likimain, kun $0 \leq x \leq 0{,}7$.

Vastaus: kasvava likimain, kun $x \leq 0$ tai $x \geq 0{,}7$, vähenevä likimain, kun $0 \leq x \leq 0{,}7$

2.

a) $D(x^2 + 2x - 2) = 2x^{2-1} + 2 - 0 = 2x + 2$

b) Sievennetään lauseke ennen derivointia.
$3x(x - 2) = 3x^2 - 6x$

$D(3x^2 - 6x) = 2 \cdot 3x^{2-1} - 6 = 6x - 6$

c) Sievennetään lauseke ennen derivointia.
$(3x - 3)^2 = 3x \cdot 3x + 3x \cdot (-3) + (-3) \cdot 3x + (-3) \cdot (-3) = 9x^2 - 18x + 9$

$D(9x^2 - 18x + 9) = 2 \cdot 9x^{2-1} - 18 + 0 = 18x - 18$

d) Sievennetään lauseke ennen derivointia.

$$\frac{4x^8 + 32x^2}{16} = \frac{4x^8}{16} + \frac{32x^2}{16} = \frac{1}{4}x^8 + 2x^2$$

$$D\left(\frac{1}{4}x^8 + 2x^2\right) = \frac{1}{4} \cdot 8x^{8-1} + 2 \cdot 2x = 2x^7 + 4x$$

3.

a) $f(x) = x^2 + 3x - 1$
$f(2) = 2^2 + 3 \cdot 2 - 1 = 9$

b) $f'(x) = D(x^2 + 3x - 1) = 2x + 3$
$f'(2) = 2 \cdot 2 + 3 = 7$

4. **a)** Ratkaistaan epäyhtälö $-3x + 6 > 0$.
Merkitään $f(x) = -3x + 6$.

Ratkaistaan funktion nollakohta yhtälöstä $f(x) = 0$.

$$
\begin{aligned}
-3x + 6 &= 0 \\
-3x &= -6 \qquad \| :(-3) \\
x &= 2
\end{aligned}
$$

Lasketaan funktion f arvo nollakohdan vasemmalla puolella olevassa pisteessä $x = 0$.
$f(0) = -3 \cdot 0 + 6 = 6 > 0$

Lasketaan funktion f arvo nollakohdan oikealla puolella olevassa pisteessä $x = 3$.
$f(3) = -3 \cdot 3 + 6 = -3 < 0$

Laaditaan merkkikaavio.

	2	
$f(x)$	+	−

Merkkikaaviosta nähdään, että epäyhtälön $-3x + 6 > 0$ ratkaisu on $x < 2$.

Vastaus: $x < 2$

b) Muokataan epäyhtälö $2x^2 + 5x \leq 3$ muotoon, jossa toisella puolella on luku 0, $2x^2 + 5x - 3 \leq 0$.
Merkitään $f(x) = 2x^2 + 5x - 3$.

Ratkaistaan funktion nollakohdat yhtälöstä $f(x) = 0$.
$2x^2 + 5x - 3 = 0$

Sijoitetaan kertoimet $a = 2$, $b = 5$ ja $c = -3$ toisen asteen yhtälön ratkaisukaavaan.

$$\begin{aligned} x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &= \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3)}}{2 \cdot 2} \\ &= \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{4} \\ &= \frac{-5 \pm 7}{4} \end{aligned}$$

$$x = \frac{-5+7}{4} = \frac{1}{2} \text{ tai } x = \frac{-5-7}{4} = -3$$

Valitaan kohdat nollakohtien rajaamilta lukusuoran väleiltä ja lasketaan funktion f arvot niissä.

$f(-4) = 2 \cdot (-4)^2 + 5 \cdot (-4) - 3 = 9 > 0$
$f(0) = 2 \cdot 0^2 + 5 \cdot 0 - 3 = -3 < 0$
$f(1) = 2 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1 - 3 = 4 > 0$

Laaditaan merkkikaavio.

	-3	$\frac{1}{2}$	
$f(x)$	+	−	+

Merkkikaaviosta nähdään, että epäyhtälön $2x^2 + 5x - 3 \leq 0$ ratkaisu on $-3 \leq x \leq \frac{1}{2}$. Tämä on myös epäyhtälön $2x^2 + 5x \leq 3$ ratkaisu.

Vastaus: $-3 \leq x \leq \frac{1}{2}$

5. Funktio on kasvava jollakin välillä, jos sen derivaatta on kyseisellä välillä positiivinen tai nolla välin yksittäisissä pisteissä. Derivoidaan funktio ja tutkitaan derivaatan merkkikaaviota.
$f(x) = -x^2 + 8x - 7$
$f'(x) = -2x + 8$

Laaditaan derivaatalle merkkikaavio. Lasketaan derivaatan nollakohta.
$-2x + 8 = 0$
$-2x = -8 \quad ||:(-2)$
$x = 4$

	4	
$f'(x)$	$+$	$-$

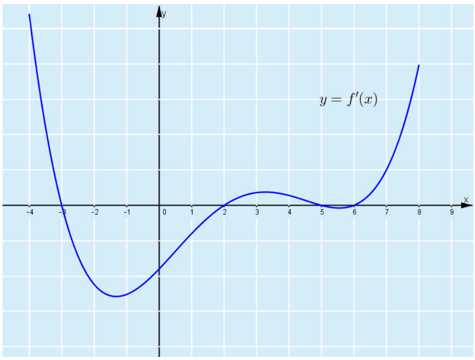
$f'(0) = -2 \cdot 0 + 8 = 8$
$f'(5) = -2 \cdot 5 + 8 = -2$

Merkkikaaviosta nähdään, että derivaatta on positiivinen, kun $x < 4$ ja 0 kun $x = 4$. Joten funktio on kasvava välillä [0, 4].

Vastaus: on

6. Kuvassa on funktion derivaatan kuvaaja. Laaditaan kuvaajan avulla derivaatan kulkukaavio ja päätellään sen avulla funktion f ääriarvokohdat.

Derivaatan nollakohdat ovat $x = -3$, $x = 2$, $x = 5$ ja $x = 6$. Merkitään kulkukaavioon derivaatan nollakohdat ja merkit kullakin välillä.



	−4	−3	2	5	6	8	
$f'(x)$		$+$	$-$	$+$	$-$	$+$	
$f(x)$		↗	↘	↗	↘	↗	
	min	max	min	max	min	max	

Vastaus: paikalliset minimikohdat $x = -4$, $x = 2$ ja $x = 6$, paikalliset maksimikohdat $x = -3$, $x = 5$ ja $x = 8$

7. Polynomifunktio saa suurimman ja pienimmän arvonsa suljetun välin päätepisteissä tai välille kuuluvissa derivaatan nollakohdissa.

a) Derivoidaan funktio.

$f(x) = -x^2 + 3$

$f'(x) = -2x$

Lasketaan derivaatan nollakohta.

$-2x = 0 \quad \|:(-2)$

$x = 0$

Lasketaan funktion arvo kohdissa $x = -4$, $x = 0$ ja $x = 1$.

$f(-4) = -(-4)^2 + 3 = -16 + 3 = -13$ (pienin)

$f(0) = -0^2 + 3 = 3$ (suurin)

$f(1) = -1^2 + 3 = -1 + 3 = 2$

Vastaus: suurin 3, pienin −13

b) Derivoidaan funktio.

$f(x) = -x^3 + 12x + 2$

$f'(x) = -3x^2 + 12$

Lasketaan derivaatan nollakohta.

$-3x^2 + 12 = 0$

$-3x^2 = -12 \quad \|:(-3)$

$x^2 = 4$

$x = \pm 2$

Lasketaan funktion arvo kohdissa $x = -2$, $x = 2$.

$f(-2) = -(-2)^3 + 12 \cdot (-2) + 2 = 8 - 24 + 2 = -14$ (pienin)

$f(-2) = -2^3 + 12 \cdot 2 + 2 = -8 + 24 + 2 = 18$ (suurin)

Vastaus: suurin 18, pienin −14

APUVÄLINEET SALLITTU

8. Derivoidaan funktiot.

$$f(x)=\frac{1}{2}x^2-5$$
$$f'(x)=x$$

$$g(x)=x^3-2x^2$$
$$g'(x)=3x^2-4x$$

a) Muodostetaan annettu yhtälö ja ratkaistaan siitä muuttujan arvo.

$$f'(x)=g'(x)$$
$$x=3x^2-4x$$
$$3x^2-5x=0$$

Sijoitetaan kertoimet $a = 3$, $b = -5$ ja $c = 0$ toisen asteen yhtälön ratkaisukaavaan.

$$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\cdot3\cdot0}}{2\cdot3}$$
$$=\frac{5\pm5}{6}$$
$$x=\frac{5+5}{6}=\frac{10}{6}=\frac{5}{3} \text{ tai } x=\frac{5-5}{6}=0$$

Vastaus: $x = 0$ tai $x=\frac{5}{3}$

b) Muodostetaan annettu epäyhtälö ja ratkaistaan se.

$$f'(x) > g'(x)$$
$$x > 3x^2 - 4x$$
$$-3x^2 + 5x > 0$$

Merkitään $h(x) = -3x^2 + 5x$.
Funktion nollakohdat saadaan yhtälöstä $h(x) = 0$.
Sijoitetaan kertoimet $a = -3$, $b = 5$ ja $c = 0$ toisen asteen yhtälön ratkaisukaavaan.

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 0}}{2 \cdot (-3)}$$
$$= \frac{-5 \pm 5}{-6}$$
$$x = \frac{-5+5}{-6} = 0 \text{ tai } x = \frac{-5-5}{-6} = \frac{-10}{-6} = \frac{5}{3}$$

	0		$\frac{5}{3}$	
$h(x)$	$-$	$+$		$-$

$h(-1) = -3 \cdot (-1)^2 + 5 \cdot (-1) = -8$
$h(1) = -3 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1 = 2$
$h(2) = -3 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2 = -2$

Merkkikaaviosta nähdään, että lauseke saa nollaa suurempia arvoja, kun $0 < x < \frac{5}{3}$, joten $f'(x) > g'(x)$, kun $0 < x < \frac{5}{3}$.

Vastaus: $0 < x < \frac{5}{3}$

9. Merilinnun sukellus noudattaa funktiota, jossa muuttujana on aika, $t \geq 0$. Sukellus kestää niin kauan kuin etäisyys on negatiivinen, eli merilintu on vedenpinnan alapuolella. Muodostetaan funktion merkkikaavio ja määritetään merkkikaavion avulla sukelluksen kesto.

Ratkaistaan funktion nollakohdat symbolisen laskennan yhtälönratkaisutoiminnolla yhtälöstä $\frac{1}{50}t^2 - \frac{1}{2}t = 0$.

Ratkaisuiksi saadaan $t = 0$ tai $t = 25$.

Muodostetaan merkkikaavio ($t \geq 0$)

	0	25
$f(x)$	$-$	$+$

$$h(10) = \frac{1}{50} \cdot 10^2 - \frac{1}{2} \cdot 10 = 2 - 5 = -3$$
$$h(100) = \frac{1}{50} \cdot 100^2 - \frac{1}{2} \cdot 100 = 2000 - 50 = 1950$$

Lintu on vedenpinnan alapuolella kun $0 \leq t \leq 25$, joten sukellus kestää 25 sekuntia.

Funktion h kuvaaja on ylöspäin aukeava paraabeli, joten pienin arvo saavutetaan paraabelin huipussa. Derivoidaan funktio h.

$$h(t) = \frac{1}{50}t^2 - \frac{1}{2}t$$
$$h'(t) = \frac{1}{25}t - \frac{1}{2}$$

Lasketaan derivaatan nollakohta.

$$\frac{1}{25}t - \frac{1}{2} = 0$$
$$\frac{1}{25}t = \frac{1}{2} \quad \| : \frac{1}{25}$$
$$t = 12{,}5$$

Sukellus on siis syvimmillään, kun t = 12,5.

$$h(12{,}5)=\frac{1}{50}\cdot 12{,}5^2-\frac{1}{2}\cdot 12{,}5=-3{,}125\approx -3{,}1$$

Sukelluksen syvyys on noin 3,1 m.

Vastaus: 25 sekuntia, 3,1 metrin syvyydellä

10. Muodostetaan pyöräilyreitin mäkiprofiilia noudattavan funktion kulkukaavio. Derivoidaan funktio.
$s(x) = -0{,}009x^3 + 0{,}132x^2 + 1{,}388x + 10$
$s'(x) = -0{,}027x^2 + 0{,}264x + 1{,}388$

Määritetään derivaatan nollakohdat yhtälön $s'(x) = 0$ avulla.
$-0{,}027x^2 + 0{,}264x + 1{,}388 = 0$
Sijoitetaan kertoimet $a = -0{,}027$, $b = 0{,}264$ ja $c = 1{,}388$ toisen asteen yhtälön ratkaisukaavaan.

$$x = \frac{-0{,}264 \pm \sqrt{0{,}264^2 - 4 \cdot (-0{,}027) \cdot 1{,}388}}{2 \cdot (-0{,}027)}$$
$x = -3{,}789\ldots$ tai $x = 13{,}566\ldots$

Hylätään negatiivinen nollakohta, koska $x \geq 0$.

Lasketaan derivaattafunktion arvo nollakohtien määräämillä väleillä.
$s'(1) = -0{,}027 \cdot 1^2 + 0{,}264 \cdot 1 + 1{,}388 = 1{,}625 > 0$
$s'(20) = -0{,}027 \cdot 20^2 + 0{,}264 \cdot 20 + 1{,}388 = -4{,}132 < 0$

	0	13,566…	21
$s\,(x)$	+	–	
$s\,'(x)$	↗	↘	

Kulkukaaviosta nähdään, että funktio on kasvava, kun
$0 \leq x \leq 13{,}566\ldots$
$0 \leq x \leq 13{,}57$

Kulkukaaviosta nähdään, että alusta 13,566… km kohdalle noustaan ylämäkeen, joten nousun määrä saadaan funktion arvojen erotuksena tällä välillä.
$s(13{,}566\ldots) - s(0)$
$= -0{,}009 \cdot 13{,}566\ldots^3 + 0{,}132 \cdot 13{,}566\ldots^2 + 1{,}388 \cdot 13{,}566\ldots + 10$
$\quad - (-0{,}009 \cdot 0^3 + 0{,}132 \cdot 0^2 + 1{,}388 \cdot 0 + 10)$
$= 20{,}65\ldots$

Nousua on $20{,}65\ldots \approx 20{,}7$ metriä.

Vastaus: $0 \leq x \leq 13{,}57$; 20,7 metriä

11. Polynomifunktio saa suurimman arvonsa suljetun välin päätepisteessä tai välille kuuluvassa derivaatan nollakohdassa. Derivoidaan funktio.

$f(x) = -x^3 + 13{,}5x^2 - 41x + 50$
$f'(x) = -3x^2 + 27x - 41$

Määritetään derivaatan nollakohdat yhtälöstä $f'(x) = 0$.
$-3x^2 + 27x - 41 = 0$

Sijoitetaan kertoimet $a = -3$, $b = 27$ ja $c = -41$ toisen asteen yhtälön ratkaisukaavaan.

$$x = \frac{-27 \pm \sqrt{27^2 - 4\cdot(-3)\cdot(-41)}}{2\cdot(-3)}$$

$x = 1{,}93419\ldots$ tai $x = 7{,}06580\ldots$

Lasketaan funktion arvot kohdissa
$x = 0$, $x = 1{,}93419\ldots$, $x = 7{,}06580\ldots$ ja $x = 10$.

$f(0) = -0^3 + 13{,}5 \cdot 0^2 - 41 \cdot 0 + 50 = 50$
$f(1{,}93419\ldots) = -1{,}93419\ldots^3 + 13{,}5 \cdot 1{,}93419\ldots^2 - 41 \cdot 1{,}93419\ldots + 50$
$= 13{,}9669\ldots$
$f(7{,}06580\ldots) = -7{,}06580\ldots^3 + 13{,}5 \cdot 7{,}06580\ldots^2 - 41 \cdot 7{,}06580\ldots + 50$
$= 81{,}5330\ldots$
$f(10) = -10^3 + 13{,}5 \cdot 10^2 - 41 \cdot 10 + 50 = -10$

Suurin arvo on $81{,}5330\ldots \approx 81{,}533$ ja sitä vastaava muuttujan arvo on $7{,}06580\ldots \approx 7{,}066$.

Funktio f kasvaa nopeimmin kohdassa, jossa derivaatan arvo on suurin. Derivoidaan funktion f derivaatta.

$f'(x) = -3x^2 + 27x - 41$
$f''(x) = -6x + 27$

Määritetään nollakohta yhtälön $f''(x) = 0$ avulla.

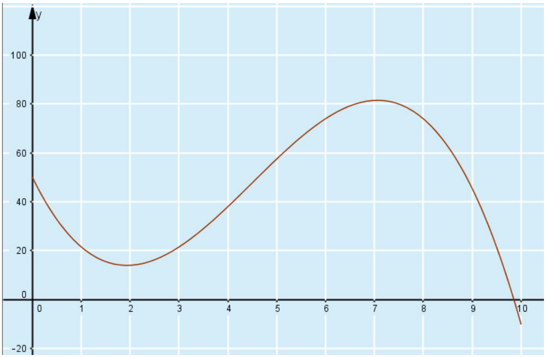
$-6x + 27 = 0$
$-6x = -27 \quad \|:(-6)$
$x = 4{,}500$

Laaditaan funktion f' kulkukaavio.
$f''(1) = -6 \cdot 1 + 27 = 21 > 0$
$f''(5) = -6 \cdot 5 + 27 = -3 < 0$

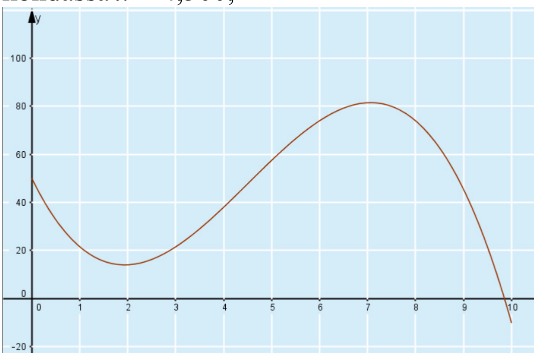
	4,500	
$f''(x)$	+	−
$f'(x)$	↗	↘
	max	

Kulkukaaviosta huomataan, että derivaatta f' saa suurimman arvonsa kohdassa $x = 4{,}500$, joten funktio f kasvaa nopeimmin muuttujan arvolla $x = 4{,}500$.

Piirretään funktion kuvaaja sopivalla ohjelmalla.



Vastaus: suurin arvo 81,533 kohdassa $x \approx 7{,}066$, kasvaa nopeimmin kohdassa $x = 4{,}500$,



12. Merkitään tehtyjen kahden euron suuruisten hinnan muutosten määrää kirjaimella x. Muodostetaan funktio myyntitulolle. Taulukoidaan myyntihintoja, myynnin määriä ja myyntituloja hinnan muutoksen avulla.

Myyntihinta (€ / kpl)	Myynnin määrä (kpl)	Myyntitulo (€)
80	60	$80 \cdot 60$
$80 + 2 \cdot 1 = 82$	$60 - 1 \cdot 1 = 59$	$82 \cdot 59$
$80 + 2 \cdot 2 = 84$	$60 - 1 \cdot 2 = 58$	$84 \cdot 58$
$80 + 2 \cdot x$	$60 - 1 \cdot x$	$(80 + 2x)(60 - x)$

Myyntitulo noudattaa funktiota
$f(x) = (80 + 2x)(60 - x) = -2x^2 + 40x + 4800$

Koska tuotteiden hinta on vähintään 0 euroa, myyntihintaa voidaan laskea enintään 40 kertaa kahdella eurolla. Jos myyntihintaa nostetaan 60 kertaa, myynnin määrä laskee nollaan kappaleeseen. Hinnanmuutosten lukumäärä on välillä $[-40, 60]$.

Polynomifunktion suurin arvo löytyy välin päätepisteistä tai välillä olevista derivaatan nollakohdista. Derivoidaan funktio.
$f(x) = -2x^2 + 40x + 4800$
$f'(x) = -4x + 40$

Määritettään derivaatan nollakohta yhtälöstä $f'(x) = 0$.

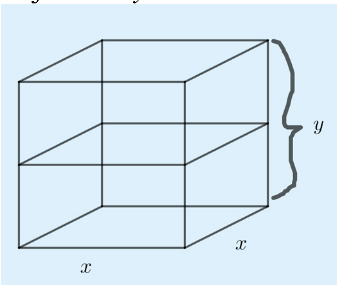
$$-4x + 40 = 0$$
$$-4x = -40 \quad \|:(-4)$$
$$x = 10$$

Määritetään myyntitulon arvo kohdissa $x = -40$, $x = 10$ ja $x = 60$.
$f(-40) = -2 \cdot (-40)^2 + 40 \cdot (-40) + 4800 = 0$
$f(10) = -2 \cdot 10^2 + 40 \cdot 10 + 4800 = 5000$
$f(60) = -2 \cdot 60^2 + 40 \cdot 60 + 4800 = 0$

Suurin myyntitulo saadaan, kun hintaa nostetaan 10 kertaa, eli asetetaan myyntihinnaksi $80 + 10 \cdot 2 = 100$ euroa. Suurin myyntitulo on 5000 euroa.

Vastaus: 100 euroa, 5000 euroa

13. Merkitään laatikon pohjaneliön sivun pituutta kirjaimella x ja korkeutta kirjaimella y.



a) Laatikossa on 12 pohjaneliön sivun mittaista sivua. Pohjaneliön sivun mitan on oltava vähintään 0 cm, muutoin laatikolla ei ole tilavuutta. Lisäksi, jos pohjaneliön sivut kuluttavat kaiken käytettävän terästangon, laatikolla ei ole tilavuutta. Joten

$$12x \leq 960 \quad \|:12$$
$$x \leq 80$$

Pohjaneliön sivun mitta on valittava väliltä [0, 80]

Laatikossa on 4 pystysuoraa tankoa. Pystysuoran tangon on oltava myös vähintään 0 cm. Jos pystysuorat tangot kuluttavat kaiken käytettävän terästangon, laatikolla ei ole tilavuutta. Joten

$$4y \leq 960 \quad \|:4$$
$$y \leq 240$$

Korkeus on valittava väliltä [0, 240]

Vastaus: pohjaneliön sivun mitta väliltä [0, 80], korkeus väliltä [0, 240]

b) Laatikon tilavuus on $V = x \cdot x \cdot y$.

Tiedetään, että

$$\begin{aligned} 12x + 4y &= 960 \\ 4y &= 960 - 12x \quad \|:4 \\ y &= 240 - 3x. \end{aligned}$$

Sijoitetaan y:n lauseke tilavuuden lausekkeeseen, jolloin muodostuu tilavuuden funktio pohjaneliön sivun pituuden x avulla.

$$V(x) = x \cdot x \cdot (240 - 3x) = 240x^2 - 3x^3$$

Edellisessä kohdassa havaittiin, että x on välillä $[0, 80]$. Polynomifunktio saa suljetulla välillä suurimman arvonsa välin päätepisteessä tai välillä olevassa derivaatan nollakohdassa. Derivoidaan tilavuuden funktio.

$$V(x) = 240x^2 - 3x^3$$
$$V'(x) = 480x - 9x^2$$

Määritetään derivaatan nollakohdat yhtälöstä $V'(x) = 0$ sopivalla ohjelmalla.

Yhtälön ratkaisut ovat $x = 0$ tai $x = \frac{160}{3}$.

Tilavuuden suurin arvo on joko kohdassa $x = 0$, $x = \frac{160}{3}$ tai $x = 80$.

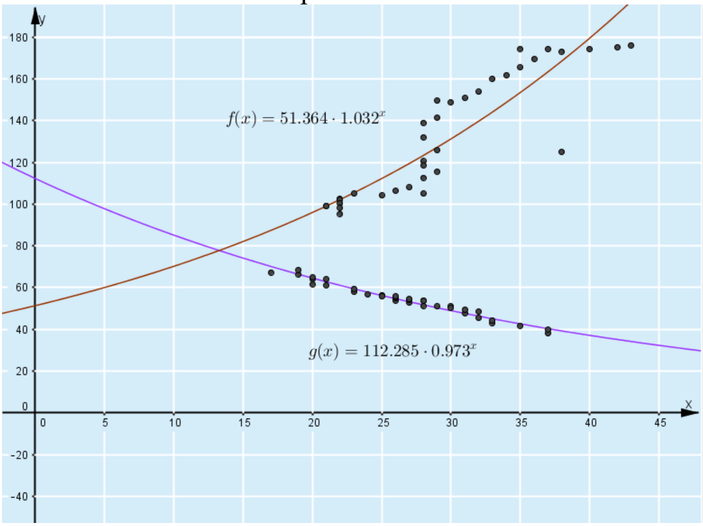
Lasketaan funktion arvo näissä kohdissa.

$$V(0) = 240 \cdot 0^2 - 3 \cdot 0^3 = 0$$
$$V\left(\frac{160}{3}\right) = 240 \cdot \left(\frac{160}{3}\right)^2 - 3 \cdot \left(\frac{160}{3}\right)^3 = 227\ 555{,}55...$$
$$V(80) = 240 \cdot 80^2 - 3 \cdot 80^3 = 0$$

Tilavuus on suurimmillaan 227 555,55… $\text{cm}^3 \approx 228\ \text{dm}^3$

Vastaus: 228 dm^3

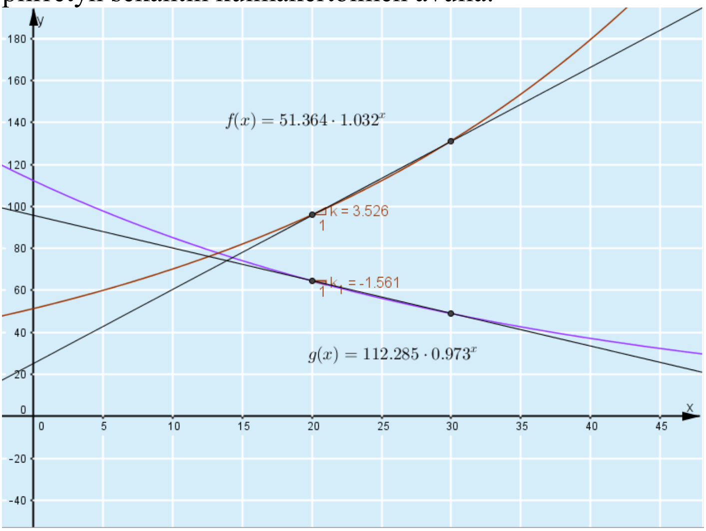
14. **a)** Sovitetaan aineistoon eksponenttifunktiot.



Funktio miesten aineistolle on $f(x) = 51{,}364 \cdot 1{,}032^x$.
Funktio naisten aineistolle on $g(x) = 112{,}285 \cdot 0{,}973^x$.

Vastaus: miehet: $f(x) = 51{,}364 \cdot 1{,}032^x$, naiset: $g(x) = 112{,}285 \cdot 0{,}973^x$

b) Määritetään keskimääräinen muutosnopeus annettujen pisteiden kautta piirretyn sekantin kulmakertoimen avulla.

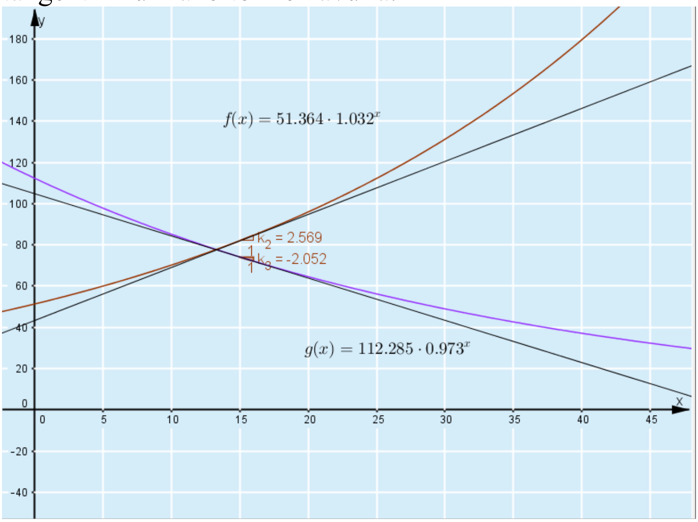


Koska tupakoitsijoiden osuus kasvaa x-akselilla siirryttäessä oikealle, kulmakerroin kertoo kuinka monta uutta keuhkosyöpä tapausta muodostuu lisää vuodessa, jos tupakoitsijoiden osuus kasvaa yhdellä prosentilla.

Miehille muodostuu 3,526 tapausta enemmän yhtä prosenttiyksikön kasvua kohden.
Naisille muodostuu 1,561 tapausta vähemmän yhtä prosenttiyksikön kasvua kohden.

Vastaus: miehet: 3,526/prosenttiyksikkö,
naiset: −1,562/prosenttiyksikkö

c) Määritetään hetkellinen muutosnopeus kohtaan $x = 15$ piirretyn tangentin kulmakertoimen avulla.



Miehille muodostuu 2,569 tapausta enemmän yhtä prosenttiyksikön kasvua kohden.
Naisille muodostuu 2,052 tapausta vähemmän yhtä prosenttiyksikön kasvua kohden.

Vastaus: miehet: 2,569/prosenttiyksikkö,
naiset: −2,052/prosenttiyksikkö