

## 3.1 Epäyhtälö ja funktion merkki

- Kun funktion arvot vaihtuvat positiivisista negatiivisiin tai päinvastoin, sanotaan, että funktio vaihtaa merkkiään. Tällöin funktion kuvaaja kulkee x-akselin poikki.
- Polynomifunktiot ovat jatkuvia käyriä, joten ne voivat vaihtaa merkkiään ainoastaan nollakohdissaan.
- Funktiosta voidaan laatia merkkikaavio, johon kirjataan nollakohdat ja funktion merkki kullakin nollakohtien rajaamalla välillä.

# Funktion merkkikaavion laatiminen

1. Määritetään funktion mahdolliset nollakohdat.
2. Jaetaan lukusuora funktion nollakohtien rajoittamiin väleihin.
3. Lasketaan funktion arvo yhdessä kohdassa kullakin nollakohtien rajaamalla välillä tai päätellään funktion merkit kuvaajan hahmotelman avulla (1. ja 2. asteen polynomit)
4. Merkitään, onko funktion arvo positiivinen vai negatiivinen kullakin välillä.

# Esimerkki 1

Tutkitaan funktiota  $f(x) = 4x - 8$

- a. Määritä funktion  $f$  nollakohta.
- b. Onko funktion  $f$  kuvaaja nouseva vai laskeva suora?
- c. Laadi funktion  $f$  merkkikaavio käyttämällä apuna a- ja b-kohtien tietoja.

Ratkaisu

$$a. \quad 4x - 8 = 0$$

$$4x = 8 \quad ||: 4$$

$$x = 2$$

- b. Koska kulmakerroin on positiivinen, niin kuvaaja on nouseva suora.

# Epäyhtälö

- Esimerkin 1 funktio  $f(x) = 4x - 8$  sai positiivisia arvoja, kun  $x < 2$ .
- Tämä voidaan merkitä epäyhtälönä  $4x - 8 > 0$ , jonka ratkaisu on  $x < 2$ .
- Epäyhtälön ratkaisuja ovat siis ne luvut, jotka toteuttavat epäyhtälön.
- Yleensä näitä lukuja on äärettömän monta, eikä niitä voida luetella. Ratkaisu annetaan siis lukuvälinä (kuten yllä  $x < 2$ ).
- Epäyhtälön ratkaisemisessa voidaan hyödyntää merkkikaaviota.

# Esimerkki

- Ratkaise epäyhtälö  $x^2 - 3 > -2$  ja merkitse ratkaisu lukusuoralle.
- Siirretään aluksi kaikki termit epäyhtälön vasemmalle puolelle:

$$\begin{aligned}x^2 - 3 + 2 &> 0 \\x^2 - 1 &> 0\end{aligned}$$

- Ratkaistaan funktion  $x^2 - 1$  nollakohdat ja laaditaan merkkikaavio.

$$\begin{aligned}x^2 - 1 &= 0 \\x^2 &= 1 \quad ||\sqrt{\phantom{x}} \\x &= \pm 1\end{aligned}$$

Koska toisen asteen termin kerroin on positiivinen, on funktion  $x^2 - 1$  kuvaaja ylöspäin aukeava paraabeli. Laaditaan näiden tietojen perusteella merkkikaavio, kirjoitetaan epäyhtälön  $x^2 - 1 > 0$  ratkaisu ja merkitään se lukusuoralle.

- Ratkaisu:  $x < -1$  tai  $x > 1$