2.1 Derivointi

- Funktion f(x) derivaatta tietyssä kohdassa on siis funktion f(x) kuvaajalle piirretyn tangentin kulmakerroin kyseisessä kohdassa.
- Kappaleessa 1.2 määritettiin derivaattoja yksittäisissä pisteissä.
- Otetaan seuraavaksi käyttöön laskentamenetelmä, jolla saadaan funktion yleinen derivaatta (= derivaattafunktio).
- Derivaattafunktion määrittämistä kutsutaan derivoinniksi.
- Funktion f derivaatta funktio merkitään f´ (luetaan f pilkku).
- Derivointisymbolina käytetään isoa D-kirjainta tai funktion muuttujasta riippuen esimerkiksi merkintää $\frac{d}{dx}$, jossa x on muuttuja.

Esim. 1

- Määritä funktion f(x) = 1 derivaatta.

Ratkaisu:

Luvun 1.2 tehtävissä huomattiin, että kohdissa, joissa käyrälle piirretty tangentti asettuu vaakatasoon, derivaatta on 0.

Näin ollen funktion f(x) = 1 derivaatta on myös 0.

- Vakiofunktion derivoimissääntö:

$$Db = 0$$

missä b on jokin vakio.

Esim. 2

- Määritä D(2x).

Ratkaisu:

Niin ikään luvussa 1.2 määritettiin suoralle derivaattoja.

Huomattiin, että suoran derivaatta on aina suoran kulmakerroin.

Näin ollen: D(2x) = 2

Derivoimissääntö:

$$D(kx) = k$$

missä k on vakio ja x on muuttuja.

Esim. 3

- Mikäli muuttujan potenssi on jokin muu luku kuin 1, käytetään derivointiin seuraavaa kaavaa:

$$Dx^n = n \cdot x^{n-1}$$

- Määritä $D(x^3)$.

Ratkaisu:

Käytetään ylläolevaa kaavaa derivointiin:

$$D(x^3) = 3 \cdot x^{3-1} = 3x^2$$

Summan derivoimissääntö

- Funktioiden summa derivoidaan termeittäin:

$$D(f+g) = Df + Dg$$

Esim. Määritä $\mathrm{D}(x^4 - 2x + 1518)$

Ratkaisu:

$$\mathrm{D}(x^4 - 2x + 1518) = D(x^4) + D(-2x) + D(1518)$$
$$= 4x^3 + (-2) + 0 = 4x^3 - 2$$

Vakion siirtosääntö

- Funktion kertoimena oleva vakio voidaan siirtää derivaatan kertoimeksi: $D(kf) = kDf$, jossa k on vakio.
- Esim. Derivoi funktio $f(x) = 4x - 5x^3 + 1$

Ratkaisu:

$$
\begin{aligned}
f'(x) &= D(4x - 5x^3 + 1) = D(4x) + D(-5x^3) + D(1) \\
&= D(4x) - 5 \cdot D(x^3) + D(1) \\
&= 4 - 5 \cdot 3x^2 + 0 = 4 - 15x^2
\end{aligned}
$$