

3 LAINAT

POHDITTAVAA

1. Pienlainayritykselle takaisin maksettava summa on
 $2 \cdot 289 \text{ €} = 578 \text{ €}$.

Lasketaan, kuinka monta prosenttia takaisin maksettava summa 578 € on lainatusta rahasummasta 500 €.

$$\frac{578 \text{ €}}{500 \text{ €}} = 1,156 = 115,6 \%$$

Pienlainayritykselle maksettava summa on $115,6 \% - 100 \% = 15,6 \%$ suurempi kuin lainattu rahasumma.

Vastaus: 15,6 %

2. Pikavipin korko oli 25 %, joten korko saadaan kertomalla luvulla 0,25 ja korkotapa on todelliset/365. Lasketaan korkopäivien määrä.

helmikuu: $28 - 9 = 19$

maaliskuu: $3 - 1 = 2$ (takaisinmaksupäivää ei lasketa)

Korkopäiviä oli yhteensä $19 + 2 = 21$ joten korkoaika oli $\frac{21}{365}$.

Pikavipistä piti maksaa korkoa 20 päivältä.

$$500 \text{ €} \cdot 0,25 \cdot \frac{21}{365} = 7,191\dots \text{ €} \approx 7,19 \text{ €}$$

Kun korot ja lainanhoitokulut lasketaan, pikavippi kasvoi
 $500 + 7,19 + 19 = 526,19$ euroksi.

Vastaus: 526,19 euroksi

3.1 Tasalyhennyslaina

ALOITA PERUSTEISTA

301. Yhden lyhennyksen suuruus saadaan jakamalla lainapääoma maksuerien lukumäärällä: $\frac{25\,000\ \text{€}}{50} = 500\ \text{€}$.

Vastaus: 500 €

302. a) Koska lainaa lyhennetään kerran vuodessa ja laina-aika on 4 vuotta, on maksuerien määrä 4.

Vastaus: 4

- b) Koron määrä on $r = kit = 4000\ \text{€} \cdot 0,05 \cdot 1 = 200\ \text{€}$.

Vastaus: 200 €

- c) Lyhennyksen määrä on $\frac{4000\ \text{€}}{4} = 1000\ \text{€}$. Ensimmäinen maksuerä saadaan laskemalla yhteen lyhennys ja korko:
 $1000\ \text{€} + 200\ \text{€} = 1200\ \text{€}$.

Vastaus: 1200 €

- 303. a)** Lyhennyksiä on kerran vuodessa 6 vuoden ajan eli 6. Lyhennyksen suuruus on $\frac{12\,000\ \text{€}}{6} = 2000\ \text{€}$.

Vastaus: 2000 €

- b)** Koska lainaa ei ole vielä lyhennetty, on ensimmäisen koron suuruus $r = kit = 12\,000\ \text{€} \cdot 0,03 \cdot 1 = 360\ \text{€}$ ja ensimmäinen maksuerä on $2000\ \text{€} + 360\ \text{€} = 2360\ \text{€}$

Vastaus: 2360 €

- c)** Viimeistä maksuerää maksettaessa lainaa on lyhennetty $5 \cdot 2000\ \text{€} = 10\,000\ \text{€}$, joten lainaa on jäljellä $12\,000\ \text{€} - 10\,000\ \text{€} = 2000\ \text{€}$. 2000 eurosta maksetaan korkoa $r = kit = 2000\ \text{€} \cdot 0,03 \cdot 1 = 60\ \text{€}$, joten viimeinen maksuerä on $2000\ \text{€} + 60\ \text{€} = 2060\ \text{€}$

Vastaus: 2060 €

- 304. a)** Lyhennyksiä on kerran vuodessa 7 vuoden ajan eli 7. Lyhennyksen suuruus on $\frac{21\,000\ \text{€}}{7} = 3000\ \text{€}$. Viiden lyhennyksen jälkeen lainaa on jäljellä $21\,000\ \text{€} - 5 \cdot 3000\ \text{€} = 6000\ \text{€}$.

Vastaus: 6000 €

- b)** Kuudetta maksuerää maksettaessa lainaa on lyhennetty viisi kertaa, joten lainaa on jäljellä $21\,000\ \text{€} - 5 \cdot 3000\ \text{€} = 6000\ \text{€}$ ja siitä maksetaan korkoa $r = kit = 6000\ \text{€} \cdot 0,058 \cdot 1 = 348\ \text{€}$, joten kuudes maksuerä on $3000\ \text{€} + 348\ \text{€} = 3348\ \text{€}$

Vastaus: 3348 €

305. a) Maksuerä on koron ja lyhennyksen summa, joten väite on oikein.

Vastaus: oikein

b) Koska tasalyhennyslainassa lainapääoma pienenee jokaisen maksuerän jälkeen, korko pienenee jokaisessa maksuerässä, joten väite on väärin. Tasalyhennyslainassa jokaisen maksuerän lyhennys on yhtä suuri.

Vastaus: väärin, jokaisen maksuerän lyhennys

c) Korkoaikaan lasketaan luotonnostopäivä, mutta ei takaisinmaksupäivää, joten väite on väärin.

Vastaus: väärin, luotonnostopäivä, mutta ei takaisinmaksupäivää

d) Lainan viitekorko vaihtelee markkinatilanteen mukaan, joten lainan korkokannassa viitekoron osuus ei pysy samana koko laina-aikaa. Väite on väärin.

Vastaus: väärin, ei pysy samana

306. Lasketaan ensimmäisen rivin tiedot ja täydennetään koko taulukko.

Koska lyhennyksiä on kaksi vuodessa ja laina-aika kaksi vuotta, on lyhennyksiä yhteensä $2 \cdot 2 = 4$ ja lyhennyksen suuruus $\frac{5000 \text{ €}}{4} = 1250 \text{ €}$.

Kirjoitetaan maksukerrat sarakkeeseen A ja lyhennykset sarakkeeseen D käyttämällä apuna täyttö-työkalua.

Kirjoitetaan soluun B2 luku 5000 ja soluun B3 ”=B2-1250”. Kopioidaan täyttö-työkalulla solua B3 alaspäin.

Ensimmäinen korko on $5000 \text{ €} \cdot 0,09 \cdot \frac{1}{2} = 225 \text{ €}$, joten kirjoitetaan soluun C2 ”=B2*0.09*1/2” ja kopioidaan täyttö-työkalulla solua C2 alaspäin.

Ensimmäinen maksuerä on $1250 \text{ €} + 225 \text{ €} = 1475 \text{ €}$, joten kirjoitetaan soluun E2 ”=D2+C2” ja kopioidaan täyttö-työkalulla solua E2 alaspäin.

Lainaa on jäljellä ensimmäisen lyhennyksen jälkeen $5000 \text{ €} - 1250 \text{ €} = 3750 \text{ €}$, joten kirjoitetaan soluun F2 ”=B2-D2” ja kopioidaan täyttö-työkalulla solua F2 alaspäin.

Lasketaan korkojen summa kirjoittamalla soluun C6 ”=SUMMA(C2:C5)”.

	A	B	C	D	E	F
1	Maksukerta	Lainaa jäljellä ennen lyhennystä (€)	Korko (€)	Lyhennys (€)	Maksuerä (€)	Lainaa jäljellä lyhennyksen jälkeen (€)
2	1	5000	=B2*0,09*1/2	1250	=D2+C2	=B2-D2
3	2	=B2-1250	=B3*0,09*1/2	1250	=D3+C3	=B3-D3
4	3	=B3-1250	=B4*0,09*1/2	1250	=D4+C4	=B4-D4
5	4	=B4-1250	=B5*0,09*1/2	1250	=D5+C5	=B5-D5
6		Korkojen summa	=SUMMA(C2:C5)			

	A	B	C	D	E	F
1	Maksukerta	Lainaa jäljellä ennen lyhennystä (€)	Korko (€)	Lyhennys (€)	Maksuerä (€)	Lainaa jäljellä lyhennyksen jälkeen (€)
2	1	5000,00	225,00	1250,00	1475,00	3750,00
3	2	3750,00	168,75	1250,00	1418,75	2500,00
4	3	2500,00	112,50	1250,00	1362,50	1250,00
5	4	1250,00	56,25	1250,00	1306,25	0,00
6		Korkojen summa	562,50			

Korkojen summaksi saadaan 562,50 €.

Vastaus:

Maksukerta	Lainaa jäljellä ennen lyhennystä (€)	Korko (€)	Lyhennys (€)	Maksuerä (€)	Lainaa jäljellä lyhennyksen jälkeen (€)
1	5000	225,00	1250	1475,00	3750
2	3750	168,75	1250	1418,75	2500
3	2500	112,50	1250	1362,50	1250
4	1250	56,25	1250	1306,25	0

Korot yhteensä 562,50 €

307. Syöttämällä applettiin lainan suuruus 30 000 ja lyhennyksen suuruus $\frac{30\,000\ \text{€}}{3 \cdot 12} \approx 833,33\ \text{€}$ sekä korkokanta 5,5 % nähdään, että lainan maksu

etenee seuraavasti:

	Lainaa jäljellä (€)	Korko (€)	Maksuerä (€)
1	30000	137.5	970.83
2	29166.67	133.68	967.01
3	28333.34	129.86	963.19
4	27500.01	126.04	959.37
5	26666.68	122.22	955.55
6	25833.35	118.4	951.73
7	25000.02	114.58	947.91
8	24166.69	110.76	944.09
9	23333.36	106.94	940.27
10	22500.03	103.13	936.46
11	21666.7	99.31	932.64
12	20833.37	95.49	928.82
13	20000.04	91.67	925
14	19166.71	87.85	921.18
15	18333.38	84.03	917.36
16	17500.05	80.21	913.54
17	16666.72	76.39	909.72
18	15833.39	72.57	905.9
19	15000.06	68.75	902.08
20	14166.73	64.93	898.26
21	13333.4	61.11	894.44
22	12500.07	57.29	890.62
23	11666.74	53.47	886.8
24	10833.41	49.65	882.98
25	10000.08	45.83	879.16
26	9166.75	42.01	875.34
27	8333.42	38.19	871.52
28	7500.09	34.38	867.71
29	6666.76	30.56	863.89
30	5833.43	26.74	860.07
31	5000.1	22.92	856.25
32	4166.77	19.1	852.43
33	3333.44	15.28	848.61
34	2500.11	11.46	844.79
35	1666.78	7.64	840.97
36	833.45	3.82	837.15

Marita maksaa pankille korkoineen yhteensä 32 543,64 €.

Vastaus: -, 32 543,64 €

- 308. a)** Lainan korkokanta muodostuu 0,20-prosentin viitekorosta ja 1,10 prosenttiyksikön korkomarginaalista, joten korkokanta on $1,10 \% + 0,20 \% = 1,30 \%$.

Vastaus: 1,30 %

- b)** Lyhennyskertoja on yhteensä $12 \cdot 20 = 240$, joten lyhennyksen suuruus on $\frac{150\,000 \text{ €}}{240} = 625 \text{ €}$.

Vastaus: 625 €

- c)** Koska lainaa ei ole vielä lyhennetty, ensimmäisen koron suuruus on $r = kit = 150\,000 \text{ €} \cdot 0,013 \cdot \frac{1}{12} = 162,50 \text{ €}$ ja ensimmäinen maksuerä on $625 \text{ €} + 162,50 \text{ €} = 787,50 \text{ €}$.

Viimeistä maksuerää maksettaessa lainaa on jäljellä yhden lyhennyksen verran eli 625 €, josta maksetaan korkoa

$r = kit = 625 \text{ €} \cdot 0,013 \cdot \frac{1}{12} = 0,677 \dots \text{ €} \approx 0,68 \text{ €}$, joten viimeinen maksuerä on $625 \text{ €} + 0,68 \text{ €} = 625,68 \text{ €}$.

Vastaus: 787,50 € ja 625,68 €

VAHVISTA OSAAMISTA

309. Appletin avulla nähdään, että lainan kokonaiskulut ovat 56 722,50 €, jos korkokanta on 1,00 % ja 59 445,00 € korkokannalla 2,00 %.

Kokonaishintojen suhde on $\frac{59\,445,00\ \text{€}}{56\,722,50\ \text{€}} = 1,0479\dots = 104,79\dots\%$,

joten kokonaishinnat nousevat $104,79\dots\% - 100\% = 4,79\dots\% \approx 4,8\%$, jos korkokanta nousee 1,00 %:sta 2,00 %:iin.

Vastaus: -, 4,8 %

310. A: Viitekoron suuruus vaihtelee ajan myötä, joten kuvausta A vastaa käsite II.

B: Korkomarginaali säilyy koko laina-ajan samana, jollei tehdä uutta lainasopimusta, joten kuvausta B vastaa käsite I.

C: Korkomarginaali sovitaan lainaa otettaessa, joten kuvausta C vastaa käsite I.

D: Korkomarginaali sovitaan lainaa otettaessa, joten sen voi kilpailuttaa ja siten kuvausta E vastaa käsite I.

Vastaus: A: II, B: I, C: I ja D: I

311. Laaditaan lainalaskelma taulukkolaskentaohjelman avulla.

Lasketaan ensimmäisen rivin tiedot ja täydennetään koko taulukko.

Koska lyhennyksiä on kaksi vuodessa ja laina-aika viisi vuotta, on lyhennyksiä yhteensä $2 \cdot 5 = 10$ ja lyhennyksen suuruus

$$\frac{25\,000\ \text{€}}{10} = 2500\ \text{€}.$$
 Kirjoitetaan maksukerrat sarakkeeseen A ja

lyhennykset sarakkeeseen D käyttämällä apuna taulukkolaskennan täyttö-työkalua.

Lainaa on jäljellä ennen ensimmäistä lyhennystä 25 000 € ja ennen toista lyhennystä $25\,000\ \text{€} - 2500\ \text{€} = 22\,500\ \text{€}$. Kirjoitetaan soluun B2 luku 25000 ja soluun B3 ”=B2-2500”. Kopioidaan täyttö-työkalulla solua B3 alaspäin

Ensimmäisen maksuerän korko on $25\,000\ \text{€} \cdot 0,0125 \cdot \frac{1}{2} = 156,25\ \text{€}$, joten

kirjoitetaan soluun C2 ”=B2*0,0125*1/2” ja kopioidaan täyttö-työkalulla solua C2 alaspäin.

Ensimmäinen maksuerä on $2500\ \text{€} + 156,25\ \text{€} = 2656,25\ \text{€}$, joten kirjoitetaan soluun E2 ”=D2+C2” ja kopioidaan täyttö-työkalulla solua E2 alaspäin.

Lainaa on jäljellä ensimmäisen lyhennyksen jälkeen $25\,000\ \text{€} - 2500\ \text{€} = 22\,500\ \text{€}$, joten kirjoitetaan soluun F2 ”=B2-D2” ja kopioidaan täyttö-työkalulla solua F2 alaspäin.

Lasketaan korkojen summa kirjoittamalla soluun C12 ”=SUMMA(C2:C11)”.

	A	B	C	D	E	F
1	Maksukerta	Lainaa jäljellä ennen lyhennystä (€)	Korko (€)	Lyhennys (€)	Maksuerä (€)	Lainaa jäljellä lyhennyksen jälkeen (€)
2	1	25000	=B2*0,0125*1/2	2500	=D2+C2	=B2-D2
3	2	=B2-2500	=B3*0,0125*1/2	2500	=D3+C3	=B3-D3
4	3	=B3-2500	=B4*0,0125*1/2	2500	=D4+C4	=B4-D4
5	4	=B4-2500	=B5*0,0125*1/2	2500	=D5+C5	=B5-D5
6	5	=B5-2500	=B6*0,0125*1/2	2500	=D6+C6	=B6-D6
7	6	=B6-2500	=B7*0,0125*1/2	2500	=D7+C7	=B7-D7
8	7	=B7-2500	=B8*0,0125*1/2	2500	=D8+C8	=B8-D8
9	8	=B8-2500	=B9*0,0125*1/2	2500	=D9+C9	=B9-D9
10	9	=B9-2500	=B10*0,0125*1/2	2500	=D10+C10	=B10-D10
11	10	=B10-2500	=B11*0,0125*1/2	2500	=D11+C11	=B11-D11
12		Korkojen summa	=SUMMA(C2:C11)			

	A	B	C	D	E	F
1	Maksukerta	Lainaa jäljellä ennen lyhennystä (€)	Korko (€)	Lyhennys (€)	Maksuerä (€)	Lainaa jäljellä lyhennyksen jälkeen (€)
2	1	25000,00	156,25	2500,00	2656,25	22500,00
3	2	22500,00	140,63	2500,00	2640,63	20000,00
4	3	20000,00	125,00	2500,00	2625,00	17500,00
5	4	17500,00	109,38	2500,00	2609,38	15000,00
6	5	15000,00	93,75	2500,00	2593,75	12500,00
7	6	12500,00	78,13	2500,00	2578,13	10000,00
8	7	10000,00	62,50	2500,00	2562,50	7500,00
9	8	7500,00	46,88	2500,00	2546,88	5000,00
10	9	5000,00	31,25	2500,00	2531,25	2500,00
11	10	2500,00	15,63	2500,00	2515,63	0,00
12		Korkojen summa	859,38			

Nilla maksoi korkoja yhteensä 859,38 €.

Vastaus: 859,38 €

312. a) Laaditaan lainalaskelma taulukkolaskentaohjelman avulla.

Lasketaan ensimmäisen rivin tiedot ja täydennetään koko taulukko.

Koska lyhennyksiä on kaksitoista vuodessa ja laina-aika kolme vuotta, on lyhennyksiä yhteensä $12 \cdot 3 = 36$ ja lyhennyksen suuruus

$$\frac{7500 \text{ €}}{36} = 208,333\dots \approx 208,33 \text{ €}.$$
 Kirjoitetaan maksukerrat

sarakkeeseen A ja lyhennykset sarakkeeseen D käyttämällä apuna taulukkolaskennan täyttö-työkalua.

Lainaa on jäljellä ennen ensimmäistä lyhennystä 7500 € ja ennen toista lyhennystä $7500 \text{ €} - 208,33 \text{ €} = 7291,67 \text{ €}$. Kirjoitetaan soluun B2 luku 7500 ja soluun B3 ”=B2-208,33”. Kopioidaan täyttö-työkalulla solua B3 alaspäin.

Ensimmäisen maksuerän korko on $7500 \text{ €} \cdot 0,03 \cdot \frac{1}{12} = 18,75 \text{ €}$, joten

kirjoitetaan soluun C2 ”=B2*0,03*1/12” ja kopioidaan täyttö-työkalulla solua C2 alaspäin.

Ensimmäinen maksuerä on $208,33 \text{ €} + 18,75 \text{ €} = 227,08 \text{ €}$, joten kirjoitetaan soluun E2 ”=D2+C2” ja kopioidaan täyttö-työkalulla solua E2 alaspäin.

Lainaa on jäljellä ensimmäisen lyhennyksen jälkeen $7500 \text{ €} - 208,33 \text{ €} = 7291,67 \text{ €}$, joten kirjoitetaan soluun F2 ”=B2-D2” ja kopioidaan täyttö-työkalulla solua F2 alaspäin.

Lasketaan korkojen summa kirjoittamalla soluun C12 ”=SUMMA(C2:C37)”.

	A	B	C	D	E	F
1	Maksukerta	Lainaa jäljellä ennen lyhennystä (€)	Korko (€)	Lyhennys (€)	Maksuerä (€)	Lainaa jäljellä lyhennyksen jälkeen (€)
2	1	7500	=B2*0,03*1/12	208,33	=D2+C2	=B2-D2
3	2	=B2-208,33	=B3*0,03*1/12	208,33	=D3+C3	=B3-D3
4	3	=B3-208,33	=B4*0,03*1/12	208,33	=D4+C4	=B4-D4
5	4	=B4-208,33	=B5*0,03*1/12	208,33	=D5+C5	=B5-D5
6	5	=B5-208,33	=B6*0,03*1/12	208,33	=D6+C6	=B6-D6
7	6	=B6-208,33	=B7*0,03*1/12	208,33	=D7+C7	=B7-D7
8	7	=B7-208,33	=B8*0,03*1/12	208,33	=D8+C8	=B8-D8
9	8	=B8-208,33	=B9*0,03*1/12	208,33	=D9+C9	=B9-D9
10	9	=B9-208,33	=B10*0,03*1/12	208,33	=D10+C10	=B10-D10
11	10	=B10-208,33	=B11*0,03*1/12	208,33	=D11+C11	=B11-D11
12	11	=B11-208,33	=B12*0,03*1/12	208,33	=D12+C12	=B12-D12
13	12	=B12-208,33	=B13*0,03*1/12	208,33	=D13+C13	=B13-D13
14	13	=B13-208,33	=B14*0,03*1/12	208,33	=D14+C14	=B14-D14
15	14	=B14-208,33	=B15*0,03*1/12	208,33	=D15+C15	=B15-D15
16	15	=B15-208,33	=B16*0,03*1/12	208,33	=D16+C16	=B16-D16
17	16	=B16-208,33	=B17*0,03*1/12	208,33	=D17+C17	=B17-D17
18	17	=B17-208,33	=B18*0,03*1/12	208,33	=D18+C18	=B18-D18
19	18	=B18-208,33	=B19*0,03*1/12	208,33	=D19+C19	=B19-D19
20	19	=B19-208,33	=B20*0,03*1/12	208,33	=D20+C20	=B20-D20
21	20	=B20-208,33	=B21*0,03*1/12	208,33	=D21+C21	=B21-D21
22	21	=B21-208,33	=B22*0,03*1/12	208,33	=D22+C22	=B22-D22
23	22	=B22-208,33	=B23*0,03*1/12	208,33	=D23+C23	=B23-D23
24	23	=B23-208,33	=B24*0,03*1/12	208,33	=D24+C24	=B24-D24
25	24	=B24-208,33	=B25*0,03*1/12	208,33	=D25+C25	=B25-D25
26	25	=B25-208,33	=B26*0,03*1/12	208,33	=D26+C26	=B26-D26
27	26	=B26-208,33	=B27*0,03*1/12	208,33	=D27+C27	=B27-D27
28	27	=B27-208,33	=B28*0,03*1/12	208,33	=D28+C28	=B28-D28
29	28	=B28-208,33	=B29*0,03*1/12	208,33	=D29+C29	=B29-D29
30	29	=B29-208,33	=B30*0,03*1/12	208,33	=D30+C30	=B30-D30
31	30	=B30-208,33	=B31*0,03*1/12	208,33	=D31+C31	=B31-D31
32	31	=B31-208,33	=B32*0,03*1/12	208,33	=D32+C32	=B32-D32
33	32	=B32-208,33	=B33*0,03*1/12	208,33	=D33+C33	=B33-D33
34	33	=B33-208,33	=B34*0,03*1/12	208,33	=D34+C34	=B34-D34
35	34	=B34-208,33	=B35*0,03*1/12	208,33	=D35+C35	=B35-D35
36	35	=B35-208,33	=B36*0,03*1/12	208,33	=D36+C36	=B36-D36
37	36	=B36-208,33	=B37*0,03*1/12	208,33	=D37+C37	=B37-D37
38			=SUMMA(C2:C37)			

Rami maksoi korkoa yhteensä 346,88 €.

Vastaus: 346,88 €

	A	B	C	D	E	F
1	Maksukerta	Lainaa jäljellä ennen lyhennystä (€)	Korko (€)	Lyhennys (€)	Maksuerä (€)	Lainaa jäljellä lyhennyksen jälkeen (€)
2	1	7500,00	18,75	208,33	227,08	7291,67
3	2	7291,67	18,23	208,33	226,56	7083,34
4	3	7083,34	17,71	208,33	226,04	6875,01
5	4	6875,01	17,19	208,33	225,52	6666,68
6	5	6666,68	16,67	208,33	225,00	6458,35
7	6	6458,35	16,15	208,33	224,48	6250,02
8	7	6250,02	15,63	208,33	223,96	6041,69
9	8	6041,69	15,10	208,33	223,43	5833,36
10	9	5833,36	14,58	208,33	222,91	5625,03
11	10	5625,03	14,06	208,33	222,39	5416,70
12	11	5416,70	13,54	208,33	221,87	5208,37
13	12	5208,37	13,02	208,33	221,35	5000,04
14	13	5000,04	12,50	208,33	220,83	4791,71
15	14	4791,71	11,98	208,33	220,31	4583,38
16	15	4583,38	11,46	208,33	219,79	4375,05
17	16	4375,05	10,94	208,33	219,27	4166,72
18	17	4166,72	10,42	208,33	218,75	3958,39
19	18	3958,39	9,90	208,33	218,23	3750,06
20	19	3750,06	9,38	208,33	217,71	3541,73
21	20	3541,73	8,85	208,33	217,18	3333,40
22	21	3333,40	8,33	208,33	216,66	3125,07
23	22	3125,07	7,81	208,33	216,14	2916,74
24	23	2916,74	7,29	208,33	215,62	2708,41
25	24	2708,41	6,77	208,33	215,10	2500,08
26	25	2500,08	6,25	208,33	214,58	2291,75
27	26	2291,75	5,73	208,33	214,06	2083,42
28	27	2083,42	5,21	208,33	213,54	1875,09
29	28	1875,09	4,69	208,33	213,02	1666,76
30	29	1666,76	4,17	208,33	212,50	1458,43
31	30	1458,43	3,65	208,33	211,98	1250,10
32	31	1250,10	3,13	208,33	211,46	1041,77
33	32	1041,77	2,60	208,33	210,93	833,44
34	33	833,44	2,08	208,33	210,41	625,11
35	34	625,11	1,56	208,33	209,89	416,78
36	35	416,78	1,04	208,33	209,37	208,45
37	36	208,45	0,52	208,33	208,85	0,12
38			346,88			

b) Lasketaan ensimmäisen rivin tiedot ja täydennetään koko taulukko.

Koska lyhennyksiä on kolme vuodessa ja laina-aika kolme vuotta, on lyhennyksiä yhteensä $3 \cdot 3 = 9$ ja lyhennyksen suuruus

$$\frac{7500 \text{ €}}{9} = 833,333\dots \approx 833,33 \text{ €}.$$

Kirjoitetaan maksukerrat sarakkeeseen A ja lyhennykset sarakkeeseen D käyttämällä apuna taulukkolaskennan täyttö-työkalua.

Lainaa on jäljellä ennen ensimmäistä lyhennystä 7500 € ja ennen toista lyhennystä $7500 \text{ €} - 833,33 \text{ €} = 6666,67 \text{ €}$. Kirjoitetaan soluun B2 luku 7500 ja soluun B3 ”=B2-6666,67”. Kopioidaan täyttö-työkalulla solua B3 alaspäin.

Ensimmäisen maksuerän korko on $7500 \text{ €} \cdot 0,03 \cdot \frac{1}{3} = 75,00 \text{ €}$, joten kirjoitetaan soluun C2 ”=B2*0,03*1/3” ja kopioidaan täyttö-työkalulla solua C2 alaspäin.

Ensimmäinen maksuerä on $833,33 \text{ €} + 75,00 \text{ €} = 908,33 \text{ €}$, joten kirjoitetaan soluun E2 ”=D2+C2” ja kopioidaan täyttö-työkalulla solua E2 alaspäin.

Lainaa on jäljellä ensimmäisen lyhennyksen jälkeen $7500 \text{ €} - 833,33 \text{ €} = 6666,67 \text{ €}$, joten kirjoitetaan soluun F2 ”=B2-D2” ja kopioidaan täyttö-työkalulla solua F2 alaspäin.

Lasketaan korkojen summa kirjoittamalla soluun C12 ”=SUMMA(C2:C10)”.

	A	B	C	D	E	F
1	Maksukerta	Lainaa jäljellä ennen lyhennystä (€)	Korko (€)	Lyhennys (€)	Maksuerä (€)	Lainaa jäljellä lyhennyksen jälkeen (€)
2	1	7500	=B2*0,03*1/3	833,33	=D2+C2	=B2-D2
3	2	=B2-833,33	=B3*0,03*1/3	833,33	=D3+C3	=B3-D3
4	3	=B3-833,33	=B4*0,03*1/3	833,33	=D4+C4	=B4-D4
5	4	=B4-833,33	=B5*0,03*1/3	833,33	=D5+C5	=B5-D5
6	5	=B5-833,33	=B6*0,03*1/3	833,33	=D6+C6	=B6-D6
7	6	=B6-833,33	=B7*0,03*1/3	833,33	=D7+C7	=B7-D7
8	7	=B7-833,33	=B8*0,03*1/3	833,33	=D8+C8	=B8-D8
9	8	=B8-833,33	=B9*0,03*1/3	833,33	=D9+C9	=B9-D9
10	9	=B9-833,33	=B10*0,03*1/3	833,33	=D10+C10	=B10-D10
11		Korko yhteensä	=SUMMA(C2:C10)			

	A	B	C	D	E	F
1	Maksukerta	Lainaa jäljellä ennen lyhennystä (€)	Korko (€)	Lyhennys (€)	Maksuerä (€)	Lainaa jäljellä lyhennyksen jälkeen (€)
2	1	7500,00	75,00	833,33	908,33	6666,67
3	2	6666,67	66,67	833,33	900,00	5833,34
4	3	5833,34	58,33	833,33	891,66	5000,01
5	4	5000,01	50,00	833,33	883,33	4166,68
6	5	4166,68	41,67	833,33	875,00	3333,35
7	6	3333,35	33,33	833,33	866,66	2500,02
8	7	2500,02	25,00	833,33	858,33	1666,69
9	8	1666,69	16,67	833,33	850,00	833,36
10	9	833,36	8,33	833,33	841,66	0,03
11		Korko yhteensä	375,00			

Rami maksoi korkoa yhteensä 375,00 €.

Vastaus: 375,00 €

313. Maksueriä on yhteensä $25 \cdot 12 = 300$. Lyhennyksen suuruus on $\frac{120\,000 \text{ €}}{300} = 400 \text{ €}$. Lainaa on lyhennetty 101. maksukertaan mennessä 100 kertaa, joten lainaa on jäljellä $120\,000 \text{ €} - 100 \cdot 400 \text{ €} = 80\,000 \text{ €}$ ja tästä maksetaan korkoa $80\,000 \text{ €} \cdot 0,11 \cdot \frac{1}{12} = 73,33\dots \text{ €} \approx 73,33 \text{ €}$. Maksuerän suuruus on $400 \text{ €} + 73,33 \text{ €} = 473,33 \text{ €}$.

Vastaus: 473,33 €

314. Laaditaan lainalaskelma taulukkolaskentaohjelman avulla.

Maksukertojen määrä on $\frac{81\,600\ \text{€}}{4800\ \text{€}} = 17$, joten lainan takaisinmaksu

kestää 17 vuotta. Kirjoitetaan maksukerrat sarakkeeseen A ja lyhennykset sarakkeeseen D käyttämällä apuna taulukkolaskennan täyttö-työkalua.

Lainaa on jäljellä ennen ensimmäistä lyhennystä 81 600 € ja ennen toista lyhennystä $81\,600\ \text{€} - 4800\ \text{€} = 76\,800\ \text{€}$. Kirjoitetaan soluun B2 luku 81600 ja soluun B3 ”=B2-4800”. Kopioidaan täyttö-työkalulla solua B3 alaspäin

Ensimmäisen maksuerän korko on $81\,600\ \text{€} \cdot 0,042 \cdot 1 = 3427,20\ \text{€}$, joten kirjoitetaan soluun C2 ”=B2*0,042*1” ja kopioidaan täyttö-työkalulla solua C2 alaspäin.

Ensimmäinen maksuerä on $4800\ \text{€} + 3427,20\ \text{€} = 8227,20\ \text{€}$, joten kirjoitetaan soluun E2 ”=D2+C2” ja kopioidaan täyttö-työkalulla solua E2 alaspäin.

Lainaa on jäljellä ensimmäisen lyhennyksen jälkeen $81\,600\ \text{€} - 4800\ \text{€} = 76\,800\ \text{€}$, joten kirjoitetaan soluun F2 ”=B2-D2” ja kopioidaan täyttö-työkalulla solua F2 alaspäin.

Lasketaan korkojen summa kirjoittamalla soluun C12 ”=SUMMA(C2:C18)”.

	A	B	C	D	E	F
1	Maksukerta	Lainaa jäljellä ennen lyhennystä (€)	Korko (€)	Lyhennys (€)	Maksuerä (€)	Lainaa jäljellä lyhennyksen jälkeen (€)
2	1	81600	=B2*0,042*1	4800	=D2+C2	=B2-D2
3	2	=B2-4800	=B3*0,042*1	4800	=D3+C3	=B3-D3
4	3	=B3-4800	=B4*0,042*1	4800	=D4+C4	=B4-D4
5	4	=B4-4800	=B5*0,042*1	4800	=D5+C5	=B5-D5
6	5	=B5-4800	=B6*0,042*1	4800	=D6+C6	=B6-D6
7	6	=B6-4800	=B7*0,042*1	4800	=D7+C7	=B7-D7
8	7	=B7-4800	=B8*0,042*1	4800	=D8+C8	=B8-D8
9	8	=B8-4800	=B9*0,042*1	4800	=D9+C9	=B9-D9
10	9	=B9-4800	=B10*0,042*1	4800	=D10+C10	=B10-D10
11	10	=B10-4800	=B11*0,042*1	4800	=D11+C11	=B11-D11
12	11	=B11-4800	=B12*0,042*1	4800	=D12+C12	=B12-D12
13	12	=B12-4800	=B13*0,042*1	4800	=D13+C13	=B13-D13
14	13	=B13-4800	=B14*0,042*1	4800	=D14+C14	=B14-D14
15	14	=B14-4800	=B15*0,042*1	4800	=D15+C15	=B15-D15
16	15	=B15-4800	=B16*0,042*1	4800	=D16+C16	=B16-D16
17	16	=B16-4800	=B17*0,042*1	4800	=D17+C17	=B17-D17
18	17	=B17-4800	=B18*0,042*1	4800	=D18+C18	=B18-D18
19		Korko yhteensä	=SUMMA(C2:C18)			

	A	B	C	D	E	F
1	Maksukerta	Lainaa jäljellä ennen lyhennystä (€)	Korko (€)	Lyhennys (€)	Maksuerä (€)	Lainaa jäljellä lyhennyksen jälkeen (€)
2	1	81600,00	3427,20	4800,00	8227,20	76800,00
3	2	76800,00	3225,60	4800,00	8025,60	72000,00
4	3	72000,00	3024,00	4800,00	7824,00	67200,00
5	4	67200,00	2822,40	4800,00	7622,40	62400,00
6	5	62400,00	2620,80	4800,00	7420,80	57600,00
7	6	57600,00	2419,20	4800,00	7219,20	52800,00
8	7	52800,00	2217,60	4800,00	7017,60	48000,00
9	8	48000,00	2016,00	4800,00	6816,00	43200,00
10	9	43200,00	1814,40	4800,00	6614,40	38400,00
11	10	38400,00	1612,80	4800,00	6412,80	33600,00
12	11	33600,00	1411,20	4800,00	6211,20	28800,00
13	12	28800,00	1209,60	4800,00	6009,60	24000,00
14	13	24000,00	1008,00	4800,00	5808,00	19200,00
15	14	19200,00	806,40	4800,00	5606,40	14400,00
16	15	14400,00	604,80	4800,00	5404,80	9600,00
17	16	9600,00	403,20	4800,00	5203,20	4800,00
18	17	4800,00	201,60	4800,00	5001,60	0,00
19		Korko yhteensä	30844,80			

Taulukosta nähdään, että toisen vuoden lopussa korkoa maksetaan 3225,60 € ja kaiken kaikkiaan korkoa maksetaan 30 844,80 €.

Vastaus: 3225,60 €, 17 vuotta, 30 844,80 €

- 315.** Merkitään lainapääomaa kirjaimella k . Lyhennyskertoja on $2 \cdot 12 = 24$, joten lyhennyksen suuruus on $\frac{k}{24}$. Viimeisellä maksukerralla lainaa on jäljellä yhden lyhennyksen $\frac{k}{24}$ verran. Muodostetaan viimeisen maksukerran lyhennyksestä ja korosta yhtälö ja ratkaistaan siitä lainapääoma k .

$$\begin{aligned}\frac{k}{24} + \frac{k}{24} \cdot 0,06 \cdot \frac{1}{12} &= 1102,10 && \parallel \cdot 24 \\ k + 0,005k &= 26\,450,40 \\ 1,005k &= 26\,450,40 && \parallel : 1,005 \\ k &= 26\,318,805\dots \\ k &\approx 26\,318,81\end{aligned}$$

Vastaus: 26 318,81 €

- 316.** Lainan ensimmäinen maksuerä on suurin, joten lasketaan, kuinka suuren lainan ensimmäinen maksuerä on suuruudeltaan 1600 €.

Merkitään lainapääomaa kirjaimella k . Ensimmäisellä maksukerralla korkoa maksetaan koko lainapääomasta k . Lainaa lyhennetään vuodessa

$$\frac{k}{20} = \frac{1}{20}k \text{ euroa ja kuukaudessa } \frac{\frac{1}{20}k}{12} = \frac{1}{240}k \text{ euroa.}$$

Muodostetaan ensimmäisen maksukerran lyhennyksestä ja korosta yhtälö ja ratkaistaan siitä lainapääoma k .

$$\frac{1}{240}k + k \cdot 0,02 \cdot \frac{1}{12} = 1600$$

Symbolisen laskennanohjelmalla ratkaisuksi saadaan
 $k = 274\,285,714\dots \approx 274\,285,71$.

Aini voi ottaa korkeintaan 274 285,71 euron lainan.

Vastaus: 274 285,71 €

317. Lyhennyskertoja on $2 \cdot 6 = 12$, joten lyhennyksen suuruus on $\frac{4800 \text{ €}}{12} = 400 \text{ €}$. Ensimmäisellä maksukerralla korko maksetaan koko lainapääomasta.

Muodostetaan ensimmäisen maksukerran lyhennyksestä ja korosta yhtälö ja ratkaistaan siitä korkokanta i .

$$\begin{aligned} 400 + 4800 \cdot i \cdot \frac{2}{12} &= 450 \\ 400 + 800i &= 450 \\ 800i &= 50 \quad || :800 \\ i &= 0,0625 \end{aligned}$$

Korkokanta on 6,25 %.

Laaditaan taulukko kaikista maksueristä.

Maksukertojen määrä on 12 ja lyhennyksen suuruus on 400 €. Kirjoitetaan maksukerrat sarakkeeseen A ja lyhennykset sarakkeeseen D käyttämällä apuna taulukkolaskennan täyttö-työkalua.

Lainaa on jäljellä ennen ensimmäistä lyhennystä 4800 € ja ennen toista lyhennystä $4800 \text{ €} - 400 \text{ €} = 4400 \text{ €}$. Kirjoitetaan soluun B2 luku 4800 ja soluun B3 ”=B2-400”. Kopioidaan täyttö-työkalulla solua B3 alaspäin

Ensimmäisen maksuerän korko on $4800 \text{ €} \cdot 0,0625 \cdot \frac{2}{12} = 50 \text{ €}$, joten kirjoitetaan soluun C2 ”=B2*0,0625*2/12” ja kopioidaan täyttö-työkalulla solua C2 alaspäin.

Ensimmäinen maksuerä on $400 \text{ €} + 50 \text{ €} = 450 \text{ €}$, joten kirjoitetaan soluun E2 ”=D2+C2” ja kopioidaan täyttö-työkalulla solua E2 alaspäin.

Lainaa on jäljellä ensimmäisen lyhennyksen jälkeen $4800 \text{ €} - 400 \text{ €} = 4400 \text{ €}$, joten kirjoitetaan soluun F2 ”=B2-D2” ja kopioidaan täyttö-työkalulla solua F2 alaspäin.

	A	B	C	D	E	F
1	Maksukerta	Lainaa jäljellä ennen lyhennystä (€)	Korko (€)	Lyhennys (€)	Maksuerä (€)	Lainaa jäljellä lyhennyksen jälkeen (€)
2	1	4800	=B2*0,0625*2/12	400	=D2+C2	=B2-D2
3	2	=B2-400	=B3*0,0625*2/12	400	=D3+C3	=B3-D3
4	3	=B3-400	=B4*0,0625*2/12	400	=D4+C4	=B4-D4
5	4	=B4-400	=B5*0,0625*2/12	400	=D5+C5	=B5-D5
6	5	=B5-400	=B6*0,0625*2/12	400	=D6+C6	=B6-D6
7	6	=B6-400	=B7*0,0625*2/12	400	=D7+C7	=B7-D7
8	7	=B7-400	=B8*0,0625*2/12	400	=D8+C8	=B8-D8
9	8	=B8-400	=B9*0,0625*2/12	400	=D9+C9	=B9-D9
10	9	=B9-400	=B10*0,0625*2/12	400	=D10+C10	=B10-D10
11	10	=B10-400	=B11*0,0625*2/12	400	=D11+C11	=B11-D11
12	11	=B11-400	=B12*0,0625*2/12	400	=D12+C12	=B12-D12
13	12	=B12-400	=B13*0,0625*2/12	400	=D13+C13	=B13-D13

	A	B	C	D	E	F
1	Maksukerta	Lainaa jäljellä ennen lyhennystä (€)	Korko (€)	Lyhennys (€)	Maksuerä (€)	Lainaa jäljellä lyhennyksen jälkeen (€)
2	1	4800,00	50,00	400,00	450,00	4400,00
3	2	4400,00	45,83	400,00	445,83	4000,00
4	3	4000,00	41,67	400,00	441,67	3600,00
5	4	3600,00	37,50	400,00	437,50	3200,00
6	5	3200,00	33,33	400,00	433,33	2800,00
7	6	2800,00	29,17	400,00	429,17	2400,00
8	7	2400,00	25,00	400,00	425,00	2000,00
9	8	2000,00	20,83	400,00	420,83	1600,00
10	9	1600,00	16,67	400,00	416,67	1200,00
11	10	1200,00	12,50	400,00	412,50	800,00
12	11	800,00	8,33	400,00	408,33	400,00
13	12	400,00	4,17	400,00	404,17	0,00

Vastaus: -, 6,25 %

318. a) Laaditaan lainalaskelma taulukkolaskentaohjelman avulla.

Lasketaan ensimmäisen rivin tiedot ja täydennetään koko taulukko.

Koska lyhennyksiä on kaksitoista vuodessa ja laina-aika 20 vuotta, on lyhennyksiä yhteensä $12 \cdot 20 = 240$ ja lyhennyksen suuruus

$$\frac{120\,000 \text{ €}}{240} = 500 \text{ €}.$$
 Kirjoitetaan maksukerrat sarakkeeseen A ja

lyhennykset sarakkeeseen D käyttämällä apuna taulukkolaskennan täyttö-työkalua.

Lainaa on jäljellä ennen ensimmäistä lyhennystä 120 000 € ja ennen toista lyhennystä $120\,000 \text{ €} - 500 \text{ €} = 119\,500 \text{ €}$. Kirjoitetaan soluun B2 luku 120000 ja soluun B3 ”=B2-500”. Kopioidaan täyttö-työkalulla solua B3 alaspäin

Ensimmäisen maksuerän korko on

$$120\,000 \text{ €} \cdot (0,008 + 0,0125) \cdot \frac{1}{12} = 205 \text{ €},$$
 joten kirjoitetaan

soluun C2 ”=B2*(0,008+0,0125)*1/12” ja kopioidaan täyttö-työkalulla solua C2 alaspäin.

Ensimmäinen maksuerä on $500 \text{ €} + 205 \text{ €} = 705 \text{ €}$, joten kirjoitetaan soluun E2 ”=D2+C2” ja kopioidaan täyttö-työkalulla solua E2 alaspäin.

Lainaa on jäljellä ensimmäisen lyhennyksen jälkeen

$120\,000 \text{ €} - 500 \text{ €} = 119\,500 \text{ €}$, joten kirjoitetaan soluun F2 ”=B2-D2” ja kopioidaan täyttö-työkalulla solua F2 alaspäin.

Lasketaan korkojen summa kirjoittamalla soluun C242 ”=SUMMA(C2:C241)”.

	A	B	C	D	E	F
1	Maksukerta	Lainaa jäljellä ennen lyhennystä (€)	Korko (€)	Lyhennys (€)	Maksuerä (€)	Lainaa jäljellä lyhennyksen jälkeen (€)
2	1	120000	=B2*(0,008+0,0125)*1/12	500	=D2+C2	=B2-D2
3	2	=B2-500	=B3*(0,008+0,0125)*1/12	500	=D3+C3	=B3-D3
4	3	=B3-500	=B4*(0,008+0,0125)*1/12	500	=D4+C4	=B4-D4
5	4	=B4-500	=B5*(0,008+0,0125)*1/12	500	=D5+C5	=B5-D5
6	5	=B5-500	=B6*(0,008+0,0125)*1/12	500	=D6+C6	=B6-D6
7	6	=B6-500	=B7*(0,008+0,0125)*1/12	500	=D7+C7	=B7-D7
8	7	=B7-500	=B8*(0,008+0,0125)*1/12	500	=D8+C8	=B8-D8
9	8	=B8-500	=B9*(0,008+0,0125)*1/12	500	=D9+C9	=B9-D9
10	9	=B9-500	=B10*(0,008+0,0125)*1/12	500	=D10+C10	=B10-D10
11	10	=B10-500	=B11*(0,008+0,0125)*1/12	500	=D11+C11	=B11-D11
12	11	=B11-500	=B12*(0,008+0,0125)*1/12	500	=D12+C12	=B12-D12
13	12	=B12-500	=B13*(0,008+0,0125)*1/12	500	=D13+C13	=B13-D13
14	13	=B13-500	=B14*(0,008+0,0125)*1/12	500	=D14+C14	=B14-D14
15	14	=B14-500	=B15*(0,008+0,0125)*1/12	500	=D15+C15	=B15-D15
16	15	=B15-500	=B16*(0,008+0,0125)*1/12	500	=D16+C16	=B16-D16
17	16	=B16-500	=B17*(0,008+0,0125)*1/12	500	=D17+C17	=B17-D17

...

	A	B	C	D	E	F
230	229	=B229-500	=B230*(0,008+0,0125)*1/12	500	=D230+C230	=B230-D230
231	230	=B230-500	=B231*(0,008+0,0125)*1/12	500	=D231+C231	=B231-D231
232	231	=B231-500	=B232*(0,008+0,0125)*1/12	500	=D232+C232	=B232-D232
233	232	=B232-500	=B233*(0,008+0,0125)*1/12	500	=D233+C233	=B233-D233
234	233	=B233-500	=B234*(0,008+0,0125)*1/12	500	=D234+C234	=B234-D234
235	234	=B234-500	=B235*(0,008+0,0125)*1/12	500	=D235+C235	=B235-D235
236	235	=B235-500	=B236*(0,008+0,0125)*1/12	500	=D236+C236	=B236-D236
237	236	=B236-500	=B237*(0,008+0,0125)*1/12	500	=D237+C237	=B237-D237
238	237	=B237-500	=B238*(0,008+0,0125)*1/12	500	=D238+C238	=B238-D238
239	238	=B238-500	=B239*(0,008+0,0125)*1/12	500	=D239+C239	=B239-D239
240	239	=B239-500	=B240*(0,008+0,0125)*1/12	500	=D240+C240	=B240-D240
241	240	=B240-500	=B241*(0,008+0,0125)*1/12	500	=D241+C241	=B241-D241
242		Korko yhteensä	=SUMMA(C2:C241)			

	A	B	C	D	E	F
1	Maksukerta	Lainaa jäljellä ennen lyhennystä (€)	Korko (€)	Lyhennys (€)	Maksuerä (€)	Lainaa jäljellä lyhennyksen jälkeen (€)
2	1	120000,00	205,00	500,00	705,00	119500,00
3	2	119500,00	204,15	500,00	704,15	119000,00
4	3	119000,00	203,29	500,00	703,29	118500,00
5	4	118500,00	202,44	500,00	702,44	118000,00
6	5	118000,00	201,58	500,00	701,58	117500,00
7	6	117500,00	200,73	500,00	700,73	117000,00
8	7	117000,00	199,88	500,00	699,88	116500,00
9	8	116500,00	199,02	500,00	699,02	116000,00
10	9	116000,00	198,17	500,00	698,17	115500,00
11	10	115500,00	197,31	500,00	697,31	115000,00
12	11	115000,00	196,46	500,00	696,46	114500,00
13	12	114500,00	195,60	500,00	695,60	114000,00
14	13	114000,00	194,75	500,00	694,75	113500,00
15	14	113500,00	193,90	500,00	693,90	113000,00
16	15	113000,00	193,04	500,00	693,04	112500,00

	A	B	C	D	E	F
230	229	6000,00	10,25	500,00	510,25	5500,00
231	230	5500,00	9,40	500,00	509,40	5000,00
232	231	5000,00	8,54	500,00	508,54	4500,00
233	232	4500,00	7,69	500,00	507,69	4000,00
234	233	4000,00	6,83	500,00	506,83	3500,00
235	234	3500,00	5,98	500,00	505,98	3000,00
236	235	3000,00	5,13	500,00	505,13	2500,00
237	236	2500,00	4,27	500,00	504,27	2000,00
238	237	2000,00	3,42	500,00	503,42	1500,00
239	238	1500,00	2,56	500,00	502,56	1000,00
240	239	1000,00	1,71	500,00	501,71	500,00
241	240	500,00	0,85	500,00	500,85	0,00
242		Korko yhteensä	24702,50			

Korkoa maksetaan 24 702,50 €.

Vastaus: 24 702,50 €

- b) Muutetaan a-kohdan taulukkoon 101. maksuerästä lähtien koroksi 1,9 % + 1,25 %.

	A	B	C	D	E	F
99	98	=B98-500	=B99*(0,008+0,0125)*1/12	500	=D99+C99	=B99-D99
100	99	=B99-500	=B100*(0,008+0,0125)*1/12	500	=D100+C100	=B100-D100
101	100	=B100-500	=B101*(0,008+0,0125)*1/12	500	=D101+C101	=B101-D101
102	101	=B101-500	=B102*(0,019+0,0125)*1/12	500	=D102+C102	=B102-D102
103	102	=B102-500	=B103*(0,019+0,0125)*1/12	500	=D103+C103	=B103-D103
104	103	=B103-500	=B104*(0,019+0,0125)*1/12	500	=D104+C104	=B104-D104

Huomataan, että korkoa maksetaan kokonaisuudessaan 29 226,25 €.

Vastaus: 29 226,25 €

319. Laaditaan osamaksuista lainalaskelma taulukkolaskentaohjelman avulla.

Lasketaan ensimmäisen rivin tiedot ja täydennetään koko taulukko.

Koska lyhennyksiä on kaksitoista vuodessa ja laina-aika kaksi vuotta, on lyhennyksiä yhteensä $12 \cdot 2 = 24$ ja lyhennyksen suuruus $\frac{600 \text{ €}}{24} = 25 \text{ €}$.

Lyhennyksen ja koron lisäksi maksetaan joka kuukausi laskutuspalkkio 3,95 €. Kirjoitetaan maksukerrat sarakkeeseen A, lyhennykset sarakkeeseen D ja laskutuspalkkio sarakkeeseen E käyttämällä apuna taulukkolaskennan täyttö-työkalua.

Luottoa on jäljellä ennen ensimmäistä lyhennystä 600 € ja ennen toista lyhennystä $600 \text{ €} - 25 \text{ €} = 575 \text{ €}$. Kirjoitetaan soluun B2 luku 600 ja soluun B3 ”=B2-25”. Kopioidaan täyttö-työkalulla solua B3 alaspäin

Ensimmäisen maksuerän korko on

$$600 \text{ €} \cdot 0,1495 \cdot \frac{1}{12} = 7,475 \text{ €} \approx 7,48 \text{ €}, \text{ joten kirjoitetaan}$$

soluun C2 ”=B2*0,1495*1/12” ja kopioidaan täyttö-työkalulla solua C2 alaspäin.

Ensimmäinen maksuerä on $25 \text{ €} + 7,48 \text{ €} + 3,95 \text{ €} = 36,43 \text{ €}$, joten kirjoitetaan soluun E2 ”=C2+D2+E2” ja kopioidaan täyttö-työkalulla solua E2 alaspäin.

Lainaa on jäljellä ensimmäisen lyhennyksen jälkeen $600 \text{ €} - 25 \text{ €} = 575 \text{ €}$, joten kirjoitetaan soluun F2 ”=B2-D2” ja kopioidaan täyttö-työkalulla solua F2 alaspäin.

Lasketaan maksuerien summa kirjoittamalla soluun F26 ”=SUMMA(F2:F25)”.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Maksukerta	Lainaa jäljellä ennen lyhennystä (€)	Korko (€)	Lyhennys (€)	Laskutusalkio (€)	Maksuerä (€)	Lainaa jäljellä lyhennyksen jälkeen (€)
2	1	600	=B2*0,1495*1/12	25	3,95	=D2+C2+E2	=B2-D2
3	2	=B2-25	=B3*0,1495*1/12	25	3,95	=D3+C3+E3	=B3-D3
4	3	=B3-25	=B4*0,1495*1/12	25	3,95	=D4+C4+E4	=B4-D4
5	4	=B4-25	=B5*0,1495*1/12	25	3,95	=D5+C5+E5	=B5-D5
6	5	=B5-25	=B6*0,1495*1/12	25	3,95	=D6+C6+E6	=B6-D6
7	6	=B6-25	=B7*0,1495*1/12	25	3,95	=D7+C7+E7	=B7-D7
8	7	=B7-25	=B8*0,1495*1/12	25	3,95	=D8+C8+E8	=B8-D8
9	8	=B8-25	=B9*0,1495*1/12	25	3,95	=D9+C9+E9	=B9-D9
10	9	=B9-25	=B10*0,1495*1/12	25	3,95	=D10+C10+E10	=B10-D10
11	10	=B10-25	=B11*0,1495*1/12	25	3,95	=D11+C11+E11	=B11-D11
12	11	=B11-25	=B12*0,1495*1/12	25	3,95	=D12+C12+E12	=B12-D12
13	12	=B12-25	=B13*0,1495*1/12	25	3,95	=D13+C13+E13	=B13-D13
14	13	=B13-25	=B14*0,1495*1/12	25	3,95	=D14+C14+E14	=B14-D14
15	14	=B14-25	=B15*0,1495*1/12	25	3,95	=D15+C15+E15	=B15-D15
16	15	=B15-25	=B16*0,1495*1/12	25	3,95	=D16+C16+E16	=B16-D16
17	16	=B16-25	=B17*0,1495*1/12	25	3,95	=D17+C17+E17	=B17-D17
18	17	=B17-25	=B18*0,1495*1/12	25	3,95	=D18+C18+E18	=B18-D18
19	18	=B18-25	=B19*0,1495*1/12	25	3,95	=D19+C19+E19	=B19-D19
20	19	=B19-25	=B20*0,1495*1/12	25	3,95	=D20+C20+E20	=B20-D20
21	20	=B20-25	=B21*0,1495*1/12	25	3,95	=D21+C21+E21	=B21-D21
22	21	=B21-25	=B22*0,1495*1/12	25	3,95	=D22+C22+E22	=B22-D22
23	22	=B22-25	=B23*0,1495*1/12	25	3,95	=D23+C23+E23	=B23-D23
24	23	=B23-25	=B24*0,1495*1/12	25	3,95	=D24+C24+E24	=B24-D24
25	24	=B24-25	=B25*0,1495*1/12	25	3,95	=D25+C25+E25	=B25-D25
26					Yhteensä	=SUMMA(F2:F25)	

	A	B	C	D	E	F	G
1	Maksukerta	Lainaa jäljellä ennen lyhennystä (€)	Korko (€)	Lyhennys (€)	Laskutusalkio (€)	Maksuerä (€)	Lainaa jäljellä lyhennyksen jälkeen (€)
2	1	600,00	7,48	25,00	3,95	36,43	575,00
3	2	575,00	7,16	25,00	3,95	36,11	550,00
4	3	550,00	6,85	25,00	3,95	35,80	525,00
5	4	525,00	6,54	25,00	3,95	35,49	500,00
6	5	500,00	6,23	25,00	3,95	35,18	475,00
7	6	475,00	5,92	25,00	3,95	34,87	450,00
8	7	450,00	5,61	25,00	3,95	34,56	425,00
9	8	425,00	5,29	25,00	3,95	34,24	400,00
10	9	400,00	4,98	25,00	3,95	33,93	375,00
11	10	375,00	4,67	25,00	3,95	33,62	350,00
12	11	350,00	4,36	25,00	3,95	33,31	325,00
13	12	325,00	4,05	25,00	3,95	33,00	300,00
14	13	300,00	3,74	25,00	3,95	32,69	275,00
15	14	275,00	3,43	25,00	3,95	32,38	250,00
16	15	250,00	3,11	25,00	3,95	32,06	225,00
17	16	225,00	2,80	25,00	3,95	31,75	200,00
18	17	200,00	2,49	25,00	3,95	31,44	175,00
19	18	175,00	2,18	25,00	3,95	31,13	150,00
20	19	150,00	1,87	25,00	3,95	30,82	125,00
21	20	125,00	1,56	25,00	3,95	30,51	100,00
22	21	100,00	1,25	25,00	3,95	30,20	75,00
23	22	75,00	0,93	25,00	3,95	29,88	50,00
24	23	50,00	0,62	25,00	3,95	29,57	25,00
25	24	25,00	0,31	25,00	3,95	29,26	0,00
26					Yhteensä	788,24	

Taulukosta huomataan, että puhelimen maksuerien summa on 788,24 €. Summaan lisätään vielä osamaksuluoton avausmaksu 39,95 €, jolloin puhelimen hinnaksi tulee kokonaisuudessaan
 $788,24 \text{ €} + 39,95 \text{ €} = 828,19 \text{ €}$.

Vastaus: 828,19 €

- 320.** Selvitetään pienlainan todellinen vuosikorko koronkoron periaatteen avulla. Laina-aika on 270 vuorokautta, joten korkoaika on $\frac{270}{365}$ vuotta. Lainapääoma on alussa 828 €, ja kasvanut pääoma on 945,96 €. Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan siitä korkokerroin q .

$$828 \cdot q^{\frac{270}{365}} = 945,96$$

Symbolisen laskennan ohjelmalla saadaan $q = 1,19727\dots$

Pienlainan todellinen vuosikorko on
 $119,727\dots \% - 100 \% = 19,727\dots \% \approx 19,73\%$

Vastaus: 19,73 %

- 321.** Lyhennyksen suuruus on $\frac{150\,000\ \text{€}}{12 \cdot 20} = 625\ \text{€}$. Kolmen vuoden kuluttua lainaa on jäljellä $150\,000\ \text{€} - 3 \cdot 12 \cdot 625\ \text{€} = 127\,500\ \text{€}$. Maksuerän suuruus saa olla enintään 1000 €.

Muodostetaan uudella korkokannalla lasketun maksuerän avulla yhtälö ja ratkaistaan siitä korkokanta i .

$$\begin{aligned} 625 + 127\,500 \cdot i \cdot \frac{1}{12} &= 1000 \\ 625 + 10\,625i &= 1000 \\ 10\,625i &= 375 && \quad || :10\,625 \\ i &= 0,03529\dots \\ i &\approx 0,0353 \end{aligned}$$

Katri voi selvitä lainanhoitokuluista, jos kokonaiskorkokanta on korkeintaan 3,53 %. Koska korkomarginaali on 1,16 %, on euriborkoron oltava korkeintaan $3,53 \% - 1,16 \% = 2,37 \%$.

Vastaus: 2,37 %

SYVENNÄ YMMÄRRYSTÄ

322. Merkitään lainapääomaa kirjaimella k . Lainaa lyhennetään vuodessa

$$\frac{k}{2} \text{ euroa ja kuukaudessa } \frac{\frac{k}{2}}{12} = \frac{k}{24} \text{ euroa.}$$

Lainaa on lyhennetty ennen 14. maksukertaa 13 kertaa, joten lainaa on jäljellä $k - \frac{13k}{24}$.

Muodostetaan 14. maksukerran avulla yhtälö ja ratkaistaan siitä lainapääoma k .

$$\frac{k}{24} + \left(k - \frac{13k}{24}\right) \cdot 0,048 \cdot \frac{1}{12} = 780$$

Symbolisen laskennan ohjelmalla ratkaisuksi saadaan
 $k = 17\,931,034\dots \approx 17\,931,03$.

Lainan suuruus on 17 931,03 euroa.

Vastaus: 17 931,03 €

323. a) Lainan ensimmäinen maksuerä on suurin, joten lasketaan, kuinka suuren lainan ensimmäinen maksuerä on 1000 €.

Merkitään lainapääomaa kirjaimella k . Ensimmäisellä maksukerralla korkoa maksetaan koko lainapääomasta k . Lainaa lyhennetään

vuodessa $\frac{k}{2}$ euroa ja kuukaudessa $\frac{\frac{k}{2}}{12} = \frac{k}{24}$ euroa. Korkokanta on $0,204\% + 1,20\% = 1,404\%$.

Muodostetaan ensimmäisen maksukerran lyhennyksestä ja korosta yhtälö ja ratkaistaan siitä lainapääoma k .

$$\frac{k}{240} + k \cdot 0,01404 \cdot \frac{1}{12} = 1000 \quad || \cdot 240$$

Symbolisen laskennan ohjelmalla ratkaisuksi saadaan
 $k = 187\,382,885\dots$

Lainan määrää pitää pyöristää alaspäin, joten Juuso voi ottaa korkeintaan 187 382,88 euron lainan.

Vastaus: 187 382,88 €

- b) Puolen vuoden kuluttua lainaa on lyhennetty 6 kertaa, joten lainaa on jäljellä $k - \frac{6k}{240}$. Uusi korkokanta on $5,00\% + 1,20\% = 6,20\%$.

Koron noustessa 7. maksuerä voi olla suurempi kuin ensimmäinen. Muodostetaan 7. maksukerran lyhennyksestä ja korosta yhtälö ja ratkaistaan siitä lainapääoma k .

$$\frac{k}{240} + \left(k - \frac{6k}{240}\right) \cdot 0,062 \cdot \frac{1}{12} = 1000$$

Symbolisen laskennan ohjelmalla ratkaisuksi saadaan
 $k = 108\,646,446\dots$

Lainan määrää pitää pyöristää alaspäin, joten Juuso voi ottaa korkeintaan 108 646,44 euron lainan.

Vastaus: 108 646,44 €

324. a) Koska korkokanta on 0 %, korko on 0 €.

Lyhennyksen suuruus $\frac{540 \text{ €}}{6} = 90 \text{ €}$. Lyhennyksen ja koron lisäksi maksetaan joka kuukausi laskutuspalkkio 4,90 €. Jokainen maksuerä on $90 \text{ €} + 4,90 \text{ €} = 94,90 \text{ €}$, joten maksuerien summa on $6 \cdot 94,90 \text{ €} = 569,40 \text{ €}$.

Santtu maksaa lisäksi osamaksun järjestelymaksun 19 €, jolloin matkan kokonaiskustannukset ovat $569,40 \text{ €} + 19,00 \text{ €} = 588,40 \text{ €}$.

Vastaus: 588,40 €

b) Sijoitetaan internetistä löytyvään korkolaskuriin lainan määrä 540 €, laina-aika 6 kk, järjestelymaksu 19 € kohtaan lainan perustamiskustannus ja laskutuspalkkio 4,90 €/kk.

Laskuri antaa todelliseksi vuosikoroksi 34,63 %.

Vastaus: 34,63 %

Korkolaskuri

Lainan määrä €

Laina-aika kuukautta

Korko %

Lainan perustamiskustannus €

Pankin tai muun lainanantajan perimät hoitokulut / kk €

Laske

Lainan kokonaiskustannukset **588,40 €**

Kuukausierä	98,07 €/kk
Todellinen vuosikorko	34,63 %
Maksuerien määrä	6,00 maksuerää (kk)
Korkojen osuus	0,00 €
Lainanhoitokulujen osuus	29,40 €

325. a) Laaditaan lainalaskelma ensimmäisen vuoden osalta taulukkolaskentaohjelman avulla, kun viitekorko on 0,112 %.

Korkokanta on silloin $0,112\% + 1,20\% = 1,312\%$.

Lasketaan ensimmäisen rivin tiedot ja täydennetään koko taulukko.

Koska lyhennyksiä on kaksitoista vuodessa ja laina-aika seitsemän vuotta, on lyhennyksiä yhteensä $12 \cdot 7 = 84$ ja lyhennyksen suuruus

$$\frac{50\,000\text{ €}}{84} = 595,238\dots \approx 595,24\text{ €}.$$
 Kirjoitetaan maksukerrat

sarakkeeseen A ja lyhennykset sarakkeeseen D käyttämällä apuna taulukkolaskennan täyttö-työkalua.

Lainaa on jäljellä ennen ensimmäistä lyhennystä 50 000 € ja ennen toista lyhennystä $50\,000\text{ €} - 595,24\text{ €} = 49\,404,76\text{ €}$. Kirjoitetaan soluun B2 luku 50 000 ja soluun B3 ”=B2-595,24”. Kopioidaan täyttö-työkalulla solua B3 alaspäin

Ensimmäisen maksuerän korko on

$$50\,000\text{ €} \cdot 0,001312 \cdot \frac{1}{12} = 54,666\dots\text{ €} \approx 54,67\text{ €},$$
 joten kirjoitetaan

soluun C2 ”=B2*0,01312*1/12” ja kopioidaan täyttö-työkalulla solua C2 alaspäin.

Ensimmäinen maksuerä on $595,24\text{ €} + 54,67\text{ €} = 649,91\text{ €}$, joten kirjoitetaan soluun E2 ”=D2+C2” ja kopioidaan täyttö-työkalulla solua E2 alaspäin.

Lainaa on jäljellä ensimmäisen lyhennyksen jälkeen

$50\,000\text{ €} - 595,24\text{ €} = 49\,404,76\text{ €}$, joten kirjoitetaan soluun F2 ”=B2-D2” ja kopioidaan täyttö-työkalulla solua F2 alaspäin.

Lasketaan ensimmäisen vuoden korkojen summa kirjoittamalla soluun C14 ”=SUMMA(C2:C13)”.

	A	B	C	D	E	F
1	Maksukerta	Lainaa jäljellä ennen lyhennystä (€)	Korko (€)	Lyhennys (€)	Maksuerä (€)	Lainaa jäljellä lyhennyksen jälkeen (€)
2	1	50000	=B2*0,01312*1/12	595,24	=D2+C2	=B2-D2
3	2	=B2-595,24	=B3*0,01312*1/12	595,24	=D3+C3	=B3-D3
4	3	=B3-595,24	=B4*0,01312*1/12	595,24	=D4+C4	=B4-D4
5	4	=B4-595,24	=B5*0,01312*1/12	595,24	=D5+C5	=B5-D5
6	5	=B5-595,24	=B6*0,01312*1/12	595,24	=D6+C6	=B6-D6
7	6	=B6-595,24	=B7*0,01312*1/12	595,24	=D7+C7	=B7-D7
8	7	=B7-595,24	=B8*0,01312*1/12	595,24	=D8+C8	=B8-D8
9	8	=B8-595,24	=B9*0,01312*1/12	595,24	=D9+C9	=B9-D9
10	9	=B9-595,24	=B10*0,01312*1/12	595,24	=D10+C10	=B10-D10
11	10	=B10-595,24	=B11*0,01312*1/12	595,24	=D11+C11	=B11-D11
12	11	=B11-595,24	=B12*0,01312*1/12	595,24	=D12+C12	=B12-D12
13	12	=B12-595,24	=B13*0,01312*1/12	595,24	=D13+C13	=B13-D13
14		Korko yhteensä	=SUMMA(C2:C13)			

	A	B	C	D	E	F
1	Maksukerta	Lainaa jäljellä ennen lyhennystä (€)	Korko (€)	Lyhennys (€)	Maksuerä (€)	Lainaa jäljellä lyhennyksen jälkeen (€)
2	1	50000,00	54,67	595,24	649,91	49404,76
3	2	49404,76	54,02	595,24	649,26	48809,52
4	3	48809,52	53,37	595,24	648,61	48214,28
5	4	48214,28	52,71	595,24	647,95	47619,04
6	5	47619,04	52,06	595,24	647,30	47023,80
7	6	47023,80	51,41	595,24	646,65	46428,56
8	7	46428,56	50,76	595,24	646,00	45833,32
9	8	45833,32	50,11	595,24	645,35	45238,08
10	9	45238,08	49,46	595,24	644,70	44642,84
11	10	44642,84	48,81	595,24	644,05	44047,60
12	11	44047,60	48,16	595,24	643,40	43452,36
13	12	43452,36	47,51	595,24	642,75	42857,12
14		Korko yhteensä	613,05			

Laaditaan lainalaskelma taulukkolaskentaohjelman avulla, kun viitekorko on korkolattian tasolla 0,45 %.

Korkokanta on silloin 0,45 % + 1,2 % = 1,65 %.

	A	B	C	D	E	F
1	Maksukerta	Lainaa jäljellä ennen lyhennystä (€)	Korko (€)	Lyhennys (€)	Maksuerä (€)	Lainaa jäljellä lyhennyksen jälkeen (€)
2	1	50000	=B2*0,0165*1/12	595,24	=D2+C2	=B2-D2
3	2	=B2-595,24	=B3*0,0165*1/12	595,24	=D3+C3	=B3-D3
4	3	=B3-595,24	=B4*0,0165*1/12	595,24	=D4+C4	=B4-D4
5	4	=B4-595,24	=B5*0,0165*1/12	595,24	=D5+C5	=B5-D5
6	5	=B5-595,24	=B6*0,0165*1/12	595,24	=D6+C6	=B6-D6
7	6	=B6-595,24	=B7*0,0165*1/12	595,24	=D7+C7	=B7-D7
8	7	=B7-595,24	=B8*0,0165*1/12	595,24	=D8+C8	=B8-D8
9	8	=B8-595,24	=B9*0,0165*1/12	595,24	=D9+C9	=B9-D9
10	9	=B9-595,24	=B10*0,0165*1/12	595,24	=D10+C10	=B10-D10
11	10	=B10-595,24	=B11*0,0165*1/12	595,24	=D11+C11	=B11-D11
12	11	=B11-595,24	=B12*0,0165*1/12	595,24	=D12+C12	=B12-D12
13	12	=B12-595,24	=B13*0,0165*1/12	595,24	=D13+C13	=B13-D13
14		Korko yhteensä	=SUMMA(C2:C13)			

	A	B	C	D	E	F
1	Maksukerta	Lainaa jäljellä ennen lyhennystä (€)	Korko (€)	Lyhennys (€)	Maksuerä (€)	Lainaa jäljellä lyhennyksen jälkeen (€)
2	1	50000,00	68,75	595,24	663,99	49404,76
3	2	49404,76	67,93	595,24	663,17	48809,52
4	3	48809,52	67,11	595,24	662,35	48214,28
5	4	48214,28	66,29	595,24	661,53	47619,04
6	5	47619,04	65,48	595,24	660,72	47023,80
7	6	47023,80	64,66	595,24	659,90	46428,56
8	7	46428,56	63,84	595,24	659,08	45833,32
9	8	45833,32	63,02	595,24	658,26	45238,08
10	9	45238,08	62,20	595,24	657,44	44642,84
11	10	44642,84	61,38	595,24	656,62	44047,60
12	11	44047,60	60,57	595,24	655,81	43452,36
13	12	43452,36	59,75	595,24	654,99	42857,12
14		Korko yhteensä	770,98			

Elisabet maksaa korkoputken korolla $770,98 \text{ €} - 613,05 \text{ €} = 157,93 \text{ €}$ enemmän korkoja kuin ilman korkoputkea.

Vastaus: 157,93 €

- b) Lainaa on lyhennetty 3 vuoden ajan, joten lainaa on jäljellä $50\,000 \text{ €} - 3 \cdot 12 \cdot 595,24 \text{ €} = 28\,571,36 \text{ €}$.

Uusi korkokanta on $2,3 \% + 1,2 \% = 3,5 \%$.

	A	B	C	D	E	F
1	Maksukerta	Lainaa jäljellä ennen lyhennystä (€)	Korko (€)	Lyhennys (€)	Maksuerä (€)	Lainaa jäljellä lyhennyksen jälkeen (€)
2	1	28571,36	=B2*0,035*1/12	595,24	=D2+C2	=B2-D2
3	2	=B2-595,24	=B3*0,035*1/12	595,24	=D3+C3	=B3-D3
4	3	=B3-595,24	=B4*0,035*1/12	595,24	=D4+C4	=B4-D4
5	4	=B4-595,24	=B5*0,035*1/12	595,24	=D5+C5	=B5-D5
6	5	=B5-595,24	=B6*0,035*1/12	595,24	=D6+C6	=B6-D6
7	6	=B6-595,24	=B7*0,035*1/12	595,24	=D7+C7	=B7-D7
8	7	=B7-595,24	=B8*0,035*1/12	595,24	=D8+C8	=B8-D8
9	8	=B8-595,24	=B9*0,035*1/12	595,24	=D9+C9	=B9-D9
10	9	=B9-595,24	=B10*0,035*1/12	595,24	=D10+C10	=B10-D10
11	10	=B10-595,24	=B11*0,035*1/12	595,24	=D11+C11	=B11-D11
12	11	=B11-595,24	=B12*0,035*1/12	595,24	=D12+C12	=B12-D12
13	12	=B12-595,24	=B13*0,035*1/12	595,24	=D13+C13	=B13-D13
14		Korko yhteensä	=SUMMA(C2:C13)			

	A	B	C	D	E	F
1	Maksukerta	Lainaa jäljellä ennen lyhennystä (€)	Korko (€)	Lyhennys (€)	Maksuerä (€)	Lainaa jäljellä lyhennyksen jälkeen (€)
2	1	28571,36	83,33	595,24	678,57	27976,12
3	2	27976,12	81,60	595,24	676,84	27380,88
4	3	27380,88	79,86	595,24	675,10	26785,64
5	4	26785,64	78,12	595,24	673,36	26190,40
6	5	26190,40	76,39	595,24	671,63	25595,16
7	6	25595,16	74,65	595,24	669,89	24999,92
8	7	24999,92	72,92	595,24	668,16	24404,68
9	8	24404,68	71,18	595,24	666,42	23809,44
10	9	23809,44	69,44	595,24	664,68	23214,20
11	10	23214,20	67,71	595,24	662,95	22618,96
12	11	22618,96	65,97	595,24	661,21	22023,72
13	12	22023,72	64,24	595,24	659,48	21428,48
14		Korko yhteensä	885,41			

Laaditaan lainalaskelma taulukkolaskentaohjelman avulla, kun viitekorko on korkokaton tasolla 0,85 %.

Korkokanta on silloin 0,85 % + 1,2 % = 2,05 %.

	A	B	C	D	E	F
1	Maksukerta	Lainaa jäljellä ennen lyhennystä (€)	Korko (€)	Lyhennys (€)	Maksuerä (€)	Lainaa jäljellä lyhennyksen jälkeen (€)
2	1	28571,36	=B2*0,0205*1/12	595,24	=D2+C2	=B2-D2
3	2	=B2-595,24	=B3*0,0205*1/12	595,24	=D3+C3	=B3-D3
4	3	=B3-595,24	=B4*0,0205*1/12	595,24	=D4+C4	=B4-D4
5	4	=B4-595,24	=B5*0,0205*1/12	595,24	=D5+C5	=B5-D5
6	5	=B5-595,24	=B6*0,0205*1/12	595,24	=D6+C6	=B6-D6
7	6	=B6-595,24	=B7*0,0205*1/12	595,24	=D7+C7	=B7-D7
8	7	=B7-595,24	=B8*0,0205*1/12	595,24	=D8+C8	=B8-D8
9	8	=B8-595,24	=B9*0,0205*1/12	595,24	=D9+C9	=B9-D9
10	9	=B9-595,24	=B10*0,0205*1/12	595,24	=D10+C10	=B10-D10
11	10	=B10-595,24	=B11*0,0205*1/12	595,24	=D11+C11	=B11-D11
12	11	=B11-595,24	=B12*0,0205*1/12	595,24	=D12+C12	=B12-D12
13	12	=B12-595,24	=B13*0,0205*1/12	595,24	=D13+C13	=B13-D13
14		Korko yhteensä	=SUMMA(C2:C13)			

	A	B	C	D	E	F
1	Maksukerta	Lainaa jäljellä ennen lyhennystä (€)	Korko (€)	Lyhennys (€)	Maksuerä (€)	Lainaa jäljellä lyhennyksen jälkeen (€)
2	1	28571,36	48,81	595,24	644,05	27976,12
3	2	27976,12	47,79	595,24	643,03	27380,88
4	3	27380,88	46,78	595,24	642,02	26785,64
5	4	26785,64	45,76	595,24	641,00	26190,40
6	5	26190,40	44,74	595,24	639,98	25595,16
7	6	25595,16	43,73	595,24	638,97	24999,92
8	7	24999,92	42,71	595,24	637,95	24404,68
9	8	24404,68	41,69	595,24	636,93	23809,44
10	9	23809,44	40,67	595,24	635,91	23214,20
11	10	23214,20	39,66	595,24	634,90	22618,96
12	11	22618,96	38,64	595,24	633,88	22023,72
13	12	22023,72	37,62	595,24	632,86	21428,48
14		Korko yhteensä	518,60			

Elisabet maksaa korkoputken korolla 885,41 € – 518,60 € = 366,81 € vähemmän korkoja kuin ilman korkoputkea.

Vastaus: 366,81 €

326. a) Ensimmäisenä vuonna talletetaan yhteensä $4 \cdot 1500 \text{ €} = 6000 \text{ €}$ korkoa maksetaan $1 \% + 4 \% = 5 \%$. Lasketaan talletusten korkojen määrät ensimmäisenä vuotena.

1. talletuksen korko $r = kit = 1500 \text{ €} \cdot 0,05 \cdot 1 = 75,00 \text{ €}$.

2. talletuksen korko $r = kit = 1500 \text{ €} \cdot 0,05 \cdot \frac{3}{4} = 56,25 \text{ €}$.

3. talletuksen korko $r = kit = 1500 \text{ €} \cdot 0,05 \cdot \frac{2}{4} = 37,50 \text{ €}$.

4. talletuksen korko $r = kit = 1500 \text{ €} \cdot 0,05 \cdot \frac{1}{4} = 18,75 \text{ €}$.

Korkojen yhteismäärä on

$$75,00 \text{ €} + 56,25 \text{ €} + 37,50 \text{ €} + 18,75 \text{ €} = 187,50 \text{ €}.$$

Ensimmäisen vuoden jälkeen tilille on kertynyt talletuksia ja korkoja yhteensä $6000 \text{ €} + 187,50 \text{ €} = 6187,50 \text{ €}$. Tämä määrä kasvaa yhden vuoden korkoa, jolloin kasvanut pääoma on $6187,50 \text{ €} \cdot 1,05 = 6496,875 \dots \text{ €} \approx 6496,88 \text{ €}$.

Toisen vuoden talletuksista kertyy $6187,50 \text{ €}$, joten kahden vuoden kuluttua tilillä on yhteensä $6496,88 \text{ €} + 6187,50 \text{ €} = 12\,684,38 \text{ €}$.

Vastaus: $12\,684,38 \text{ €}$

- b) Jelenan ASP-lainan suuruus on korkeintaan talletusten ja 1% :n peruskoron yhteismäärä kerrottuna yhdeksällä.

Talletuksia on yhteensä $8 \cdot 1500 \text{ €} = 12\,000 \text{ €}$. Viiden prosentin korkokannalla vuodessa saadaan korkoa $187,50 \text{ €}$, joten yhden prosentin korkokannalla korkoa kertyy vuodessa $\frac{187,50 \text{ €}}{5} = 37,50 \text{ €}$.

Ensimmäisen vuoden korot kasvavat korkoa korolle, jolloin koron määrä on $1,01 \cdot 37,50 \text{ €} = 37,875 \dots \text{ €} \approx 37,88 \text{ €}$. Toisen vuoden korot eivät ehdi kasvaa korkoa korolle, joten korkojen yhteismäärä kahdelta vuodelta on $37,88 \text{ €} + 37,50 \text{ €} = 75,38 \text{ €}$.

Jelenan ASP-lainan suuruus on korkeintaan

$$9 \cdot (12\,000 \text{ €} + 75,38 \text{ €}) = 108\,678,42 \text{ €}.$$

Vastaus: $108\,678,42 \text{ €}$

- c) Jelenan asunnon hinta voi olla enintään yhtä suuri kuin ASP-lainan ja talletusten sekä korkojen summan verran.

Jelenan asunto voi maksaa enintään
 $108\,678,42\text{ €} + 12\,684,38\text{ €} = 121\,362,80\text{ €}$.

Vastaus: 121 362,80 €

- d) Ensimmäisen maksuerän korko on

$$108\,678,42\text{ €} \cdot 0,0125 \cdot \frac{1}{12} = 113,206\dots\text{ €} \approx 113,21\text{ €}.$$

$$\text{Lyhennyksen suuruus } \frac{108\,678,42\text{ €}}{12 \cdot 15} = 603,769\text{ €} \approx 603,77\text{ €}.$$

Ensimmäinen maksuerä on $603,77\text{ €} + 113,21\text{ €} = 716,98\text{ €}$.

Vastaus: 716,98 €

3.2 Annuiteettilaina

ALOITA PERUSTEISTA

327. a) Pankille maksetaan takaisin yhteensä $200 \cdot 492 \text{ €} = 98\,400 \text{ €}$.

Vastaus: 98 400 €

b) Koska $98\,400 \text{ €} - 90\,000 \text{ €} = 8400 \text{ €}$, korkoa maksetaan yhteensä 8400 €.

Vastaus: 8400 €

328. a) Koska lainaa maksetaan kerran vuodessa ja korkokanta on 4,50 %, on korkokerroin $q = 1,045$.

Vastaus: $q = 1,045$

b) Koska lainaa maksetaan kerran kuukaudessa ja $\frac{4,50\%}{12} = 0,375\%$, niin korkokerroin $q = 1,00375$.

Vastaus: $q = 1,00375$

- 329. a)** Maksuerien lukumäärä on $3 \cdot 12 = 36$. Koska lainaa maksetaan kerran kuukaudessa ja $\frac{3,60\%}{12} = 0,3\%$, niin korkokerroin $q = 1,003$.

Syöttämällä applettiin lainan määrä 13 000 €, korkokerroin 1,003 ja maksuerien määrä 36, nähdään, että annuiteetti on 381,50 €. Roni maksaa pankille yhteensä $36 \cdot 381,50 \text{ €} = 13\,734 \text{ €}$.

Vastaus: 13 734 €

- b)** Maksuerien lukumäärä on $5 \cdot 12 = 60$. Koska lainaa maksetaan kerran kuukaudessa ja $\frac{3,60\%}{12} = 0,3\%$, niin korkokerroin $q = 1,003$.

Syöttämällä applettiin lainan määrä 13 000 €, korkokerroin 1,003 ja maksuerien määrä 60, nähdään, että annuiteetti on 237,08 €. Roni maksaa pankille yhteensä $60 \cdot 237,08 \text{ €} = 14\,224,80 \text{ €}$.

Vastaus: 14 224,80 €

- 330.** A: Tasalyhennyslainassa maksuerä on laina-ajan alussa suurempi kuin laina-ajan lopussa, joten kuvausta A vastaa lainatyyppi I.
- B: Tasaerälainassa maksuerä on aina saman suuruinen, joten kuvausta B vastaa lainatyyppi II.
- C: Koron suuruus on kummassakin lainamuodossa alussa suurempi kuin lopussa, koska lainapääoma on alussa suurempi kuin lopussa, joten koron osuus vaihtelee maksuerissä kummassakin lainamuodossa ja kuvausta C vastaavat lainatyypit I ja II.
- D: Koron suuruus on kummassakin lainamuodossa alussa suurempi kuin lopussa, koska lainapääoma on alussa suurempi kuin lopussa, joten kuvausta D vastaavat lainatyypit I ja II.
- E: Annuiteettilainassa maksuerä on aina yhtä suuri ja koron osuuden vähetessä lyhennyksen osuus kasvaa, joten kuvausta E vastaa lainatyyppi II.
- F: Tasalyhennyslainassa maksuerä on laina-ajan alussa suurin ja pienenee laina-ajan loppua kohti, joten kuvausta F vastaa lainatyyppi I.

Vastaus: A: I, B: II, C: I ja II , D: I ja II, E: II ja F: I

- 331. a)** Koska laina-aika on 25 vuotta ja lainaa lyhennetään kuukausittain, on maksuerien määrä $25 \cdot 12 = 300$.

Vastaus: 300

- b)** Koska lainaa maksetaan kerran kuukaudessa ja

$$\frac{1,30\%}{12} = 0,10833\dots\%, \text{ niin korkokerroin } q = 1,0010833\dots \approx 1,00108.$$

Vastaus: $q = 1,00108$

- c)** Lasketaan annuiteetti sijoittamalla annuiteetin lausekkeeseen $K = 115\,000$, $q = 1,0010833\dots$ ja $n = 300$.

$$\begin{aligned} A &= K \cdot q^n \cdot \frac{1-q}{1-q^n} \\ &= 115\,000 \cdot 1,0010833\dots^{300} \cdot \frac{1-1,0010833\dots}{1-1,0010833\dots^{300}} = 449,198\dots \end{aligned}$$

Maksuerän suuruus on noin 449,20 euroa.

Vastaus: 449,20 €

- 332.** a) Syöttämällä applettiin lainan määrä 30 000 €, korkokerroin vuosikorkokanta 3,69, laina-aika 8 vuotta ja maksuerien määrä vuodessa 12, nähdään, että annuiteetti on 361,37 €.

Annuiteetti ensimmäisen vuoden aikana on 361,37 €.

Vastaus: 361,37 €

- b) Roivaiset ovat lyhentäneet lainaa vuoden aikana 12 kertaa.

Appletin avulla nähdään, että jäljellä oleva lainapääoma vuoden jälkeen on 26 715,41 €. Lainaa lyhennetään ensimmäisen vuoden aikana $30\,000\text{ €} - 26\,715,41\text{ €} = 3284,59\text{ €}$.

Vastaus: 3284,59 €

- c) Syöttämällä applettiin jäljellä olevan lainan määrä 26 715,41 €, korkokerroin vuosikorkokanta 2,45, laina-aika 7 vuotta ja maksuerien määrä vuodessa 12, nähdään, että annuiteetti on 346,42 €.

Annuiteetti toisen vuoden alusta on 346,42 €.

Vastaus: 346,42 €

VAHVISTA OSAAMISTA

333. Korkokanta on 1,75 % ja $\frac{1,75\%}{12} = 0,145\dots\%$, joten korkokerroin

$$q = 1,001458\dots$$

Koska laina-aika on 20 vuotta, maksuerien lukumäärä on $20 \cdot 12 = 240$.

Lasketaan annuiteetti sijoittamalla annuiteetin lausekkeeseen

$$K = 100\,000, q = 1,001458\dots \text{ ja } n = 240.$$

$$\begin{aligned} A &= K \cdot q^n \cdot \frac{1-q}{1-q^n} \\ &= 100\,000 \cdot 1,001458\dots^{240} \cdot \frac{1-1,001458\dots}{1-1,001458\dots^{240}} = 494,128\dots \end{aligned}$$

Annuiteetti on noin 494,13 euroa, joten laskuri antaa oikean tuloksen euron tarkkuudella.

Vastaus: Pitää paikkansa euron tarkkuudella.

334. Korkokanta on 5,76 % ja $\frac{5,76\%}{4} = 1,44\%$, joten korkokerroin

$$q = 1,0144.$$

Koska laina-aika on 3 vuotta, maksuerien lukumäärä on $n = 3 \cdot 4 = 12$.

Sijoitetaan annuiteetin lausekkeeseen $K = 10\,800$, $q = 1,0144$ ja $n = 12$ ja lasketaan annuiteetti.

$$A = 10\,800 \cdot 1,0144^{12} \cdot \frac{1-1,0144}{1-1,0144^{12}} = 986,446\dots \approx 986,45$$

Annuiteettien summa on $12 \cdot 986,45 \text{ €} = 11\,837,40 \text{ €}$, joten koron osuus on $11\,837,40 \text{ €} - 10\,800 \text{ €} = 1037,40 \text{ €}$.

Vastaus: 1037,40 €

335. a) Korkokanta on $9,00\%$ ja $\frac{9,00\%}{12} = 0,75\%$, joten korkokerroin $q = 1,0075$.

Koska laina-aika on 3 vuotta, maksuerien lukumäärä on $n = 3 \cdot 12 = 36$.

Sijoitetaan annuiteetin lausekkeeseen $K = 7500$, $q = 1,0075$ ja $n = 36$ ja lasketaan annuiteetti.

$$A = 7500 \cdot 1,0075^{36} \cdot \frac{1 - 1,0075}{1 - 1,0075^{36}} = 238,497... \approx 238,50$$

Annuiteettien summa on $36 \cdot 238,50 \text{ €} = 8586,00 \text{ €}$.

Lainan tilihoitomaksut ovat yhteensä $36 \cdot 7,00 \text{ €} = 252,00 \text{ €}$ ja avausmaksu 150 € .

Yhteensä lyhennyksiä ja muita maksuja on $8586,00 \text{ €} + 252,00 \text{ €} + 150,00 \text{ €} = 8988,00 \text{ €}$.

Lyhennysten lisäksi Esko maksaa $8988,00 \text{ €} - 7500,00 \text{ €} = 1488,00 \text{ €}$.

Vastaus: $1488,00 \text{ €}$

- b) Korkokanta on $9,00\%$ ja $\frac{9,00\%}{3} = 3,00\%$, joten korkokerroin $q = 1,03$.

Koska laina-aika on 3 vuotta, maksuerien lukumäärä on $n = 3 \cdot 3 = 9$.

Sijoitetaan annuiteetin lausekkeeseen $K = 7500$, $q = 1,03$ ja $n = 9$ ja lasketaan annuiteetti.

$$A = 7500 \cdot 1,03^9 \cdot \frac{1 - 1,03}{1 - 1,03^9} = 963,253... \approx 963,25$$

Annuiteettien summa on $9 \cdot 963,25 \text{ €} = 8669,25 \text{ €}$.

Lainan tilihoitomaksut ovat yhteensä $36 \cdot 7,00 \text{ €} = 252,00 \text{ €}$ ja avausmaksu 150 €.

Yhteensä lyhennyksiä ja muita maksuja on
 $8669,25 \text{ €} + 252,00 \text{ €} + 150 \text{ €} = 9071,25 \text{ €}$.

Lyhennysten lisäksi Esko maksaa $9071,25 \text{ €} - 7500 \text{ €} = 1571,25 \text{ €}$.

Vastaus: 1571,25 €

- 336. a)** Korkokanta on 1,50 % ja $\frac{1,50\%}{12} = 0,125\%$, joten korkokerroin $q = 1,00125$. Koska laina-aika on 6 vuotta, maksuerien lukumäärä on $n = 6 \cdot 12 = 72$.

Muodostetaan yhtälö sijoittamalla annuiteetin lausekkeeseen $A = 500$, $q = 1,00125$ ja $n = 72$ ja ratkaistaan yhtälöstä lainapäätös K .

$$500 = K \cdot 1,00125^{72} \cdot \frac{1 - 1,00125}{1 - 1,00125^{72}}$$
$$500 = 0,01453...K \quad || : 0,01453...$$
$$K = 34\,406,978...$$
$$K \approx 34\,406,98$$

Peter pystyy ottamaan korkeintaan 34 406,97 euron suuruisen lainan.

Vastaus: 34 406,97 €

- b)** Korkokanta on 6,00 % ja $\frac{6,00\%}{12} = 0,50\%$, joten korkokerroin $q = 1,005$. Koska laina-aika on 6 vuotta, maksuerien lukumäärä on $n = 6 \cdot 12 = 72$.

Muodostetaan yhtälö sijoittamalla annuiteetin lausekkeeseen $A = 500$, $q = 1,005$ ja $n = 72$ ja ratkaistaan yhtälöstä lainapäätös K .

$$500 = K \cdot 1,005^{72} \cdot \frac{1 - 1,005}{1 - 1,005^{72}}$$
$$500 = 0,01657...K \quad || : 0,01657...$$
$$K = 30\,169,756...$$
$$K \approx 30\,169,76$$

Peter pystyy ottamaan korkeintaan 30 169,75 euron suuruisen lainan.

Vastaus: 30 169,75 €

337. Koska Aku pystyy käyttämään korkeintaan $0,40 \cdot 2300 \text{ €} = 920 \text{ €}$, voi maksuerä olla korkeintaan 920 € .

Korkokanta on $2,40 \%$ ja $\frac{2,40\%}{12} = 0,20\%$, joten korkokerroin

$q = 1,002$. Koska laina-aika on 15 vuotta, maksuerien lukumäärä on $n = 15 \cdot 12 = 180$.

Muodostetaan yhtälö sijoittamalla annuiteetin lausekkeeseen $A = 920$, $q = 1,002$ ja $n = 180$ ja ratkaistaan yhtälöstä lainapääoma K .

$$920 = K \cdot 1,002^{180} \cdot \frac{1 - 1,002}{1 - 1,002^{180}}$$

$$920 = 0,006620...K \quad || : 0,006620...$$

$$K = 138\,953,487...$$

$$K \approx 138\,953,49$$

Aku pystyy ottamaan korkeintaan $138\,953,48$ euron suuruisen lainan.

Vastaus: $138\,953,48 \text{ €}$

338. Korkokanta on 2,00 % ja $\frac{2,00\%}{12} = 0,1666\dots\%$, joten korkokerroin $q = 1,001666\dots$. Koska laina-aika on 25 vuotta, maksuerien lukumäärä on $n = 25 \cdot 12 = 300$.

Sijoitetaan annuiteetin lausekkeeseen $K = 350\,000$, $q = 1,001666\dots$ ja $n = 300$ ja lasketaan annuiteetti.

$$A = 350\,000 \cdot 1,001666\dots^{300} \cdot \frac{1 - 1,001666\dots}{1 - 1,001666\dots^{300}} = 1483,490\dots \approx 1483,49$$

Tomi on lyhentänyt lainaa $17 \cdot 12 + 9 = 213$ kertaa. Sijoitetaan annuiteetilainan jäljelläolevan lainan lausekkeeseen $A = 1483,49$, $K = 350\,000$, $q = 1,001666\dots$ ja $k = 213$ ja lasketaan jäljellä olevan lainan määrä.

$$\begin{aligned} V &= K \cdot q^k - A \cdot \frac{1 - q^k}{1 - q} \\ &= 350\,000 \cdot 1,001666\dots^{213} - 1483,49 \cdot \frac{1 - 1,001666\dots^{213}}{1 - 1,001666\dots} \\ &= 120\,049,971\dots \\ &\approx 120\,049,97 \end{aligned}$$

Lainaa on jäljellä 120 049,97 €.

Vastaus: 120 049,97 €

339. a) Korkokanta on 1,30 % ja $\frac{1,30\%}{12} = 0,10833\dots\%$, joten korkokerroin

$$q = 1,0010833\dots$$

Koska laina-aika on 25 vuotta, maksuerien lukumäärä on

$$n = 25 \cdot 12 = 300.$$

Sijoitetaan annuiteettin lausekkeeseen $K = 81\,000$, $q = 1,0010833\dots$ ja $n = 300$ ja lasketaan annuiteetti.

$$A = 81\,000 \cdot 1,0010833\dots^{300} \cdot \frac{1 - 1,0010833\dots}{1 - 1,0010833\dots^{300}} = 316,392\dots \approx 316,39$$

Vastaus: 316,39 €

b) Merja on lyhentänyt lainaa $5 \cdot 12 + 6 = 66$ kertaa. Sijoitetaan annuiteettilainan jäljellä olevan lainan lausekkeeseen $A = 316,39$, $K = 81\,000$, $q = 1,0010833\dots$ ja $k = 66$ ja lasketaan jäljellä olevan lainan määrä.

$$\begin{aligned} V &= K \cdot q^k - A \cdot \frac{1 - q^k}{1 - q} \\ &= 81\,000 \cdot 1,0010833\dots^{66} - 316,39 \cdot \frac{1 - 1,0010833\dots^{66}}{1 - 1,0010833\dots} \\ &= 65\,365,966\dots \\ &\approx 65\,365,97 \end{aligned}$$

Lainaa on jäljellä 65 365,97 €, joten Merjalle jää rahaa $86\,000 \text{ €} - 65\,365,97 \text{ €} = 20\,634,03 \text{ €}$.

Vastaus: 20 634,03 €

340. a) Korkokanta on 6,6 % ja $\frac{6,6\%}{12} = 0,55\%$, joten korkokerroin $q = 1,0055$.

Koska laina-aika on 2 vuotta, maksuerien lukumäärä on $n = 2 \cdot 12 = 24$.

Sijoitetaan annuiteettin lausekkeeseen $K = 8000$, $q = 1,0055$ ja $n = 24$ ja lasketaan annuiteetti.

$$A = 8000 \cdot 1,0055^{24} \cdot \frac{1 - 1,0055}{1 - 1,0055^{24}} = 356,731 \dots \approx 356,73$$

Vastaus: 356,73 €

- b) Kristian on lyhentänyt lainaa yhden vuoden eli 12 kertaa. Sijoitetaan annuiteettilainan jäljellä olevan lainan lausekkeeseen $A = 356,73$, $K = 8000$, $q = 1,0055$ ja $k = 12$ ja lasketaan jäljellä olevan lainan määrä.

$$\begin{aligned} V &= K \cdot q^k - A \cdot \frac{1 - q^k}{1 - q} \\ &= 8000 \cdot 1,0055^{12} - 356,73 \cdot \frac{1 - 1,0055^{12}}{1 - 1,0055} \\ &= 4131,611 \dots \\ &\approx 4131,61 \end{aligned}$$

Lainaa on jäljellä 4131,61 €

Vastaus: 4131,61 €

- c) Kristian maksaman koron määrä on $24 \cdot 356,73 \text{ €} - 8000 \text{ €} = 561,52 \text{ €}$.

Vastaus: 561,52 €

341. a) Tasalyhennyslainaa lyhennetään vuodessa $\frac{40\,000\text{ €}}{15} = 2666,666\dots\text{ €}$ ja
kuukaudessa $\frac{2666,666\dots\text{ €}}{4} = 666,666\dots\text{ €} \approx 666,67\text{ €}$.

Kahden vuoden aikana lyhennyksiä on $2 \cdot 4 = 8$, joten Julius lyhentää
lainaa kahden ensimmäisen vuoden aikana $8 \cdot 666,67\text{ €} = 5333,36\text{ €}$.

Vastaus: 5333,36 €

- b) Korkokanta on 2,40 % ja $\frac{2,40\%}{12} = 0,2\%$, joten korkokerroin
 $q = 1,002$.

Koska laina-aika on 15 vuotta, maksuerien lukumäärä on
 $n = 15 \cdot 12 = 180$.

Sijoitetaan annuiteetin lausekkeeseen $K = 40\,000$, $q = 1,002$ ja $n = 180$
ja lasketaan annuiteetti.

$$A = 40\,000 \cdot 1,002^{180} \cdot \frac{1 - 1,002}{1 - 1,002^{180}} = 264,836\dots \approx 264,84$$

Julius on lyhentänyt lainaa kaksi vuotta eli $2 \cdot 12 = 24$ kertaa.

Sijoitetaan annuiteettilainan jäljelläolevan lainan lausekkeeseen
 $A = 264,84$, $K = 40\,000$, $q = 1,002$ ja $k = 24$ ja lasketaan jäljellä olevan
lainan määrä.

$$\begin{aligned} V &= K \cdot q^k - A \cdot \frac{1 - q^k}{1 - q} \\ &= 40\,000 \cdot 1,002^{24} - 264,84 \cdot \frac{1 - 1,002^{24}}{1 - 1,002} \\ &= 35\,460,296\dots \\ &\approx 35\,460,30 \end{aligned}$$

Lainaa on jäljellä 35 460,30 €, joten sitä on lyhennetty
 $40\,000\text{ €} - 35\,460,30\text{ €} = 4539,70\text{ €}$.

Vastaus: 4539,70 €

342. a) Laaditaan lainalaskelma taulukkolaskentaohjelman avulla.
Lasketaan ensimmäisen rivin tiedot ja täydennetään koko taulukko.

Koska lyhennyksiä on kuusi vuodessa ja laina-aika viisi vuotta, on lyhennyksiä yhteensä $6 \cdot 5 = 30$ ja lyhennyksen suuruus

$$\frac{10\,000\ \text{€}}{30} = 333,333\dots\text{€} \approx 333,33\ \text{€}.$$

Kirjoitetaan maksukerrat sarakkeeseen A ja lyhennykset sarakkeeseen D käyttämällä apuna taulukkolaskennan täyttö-työkalua.

Lainaa on jäljellä ennen ensimmäistä lyhennystä 10 000 € ja ennen toista lyhennystä 10 000 € – 333,33 €. Kirjoitetaan soluun B2 luku 10 000 ja soluun B3 ”=B2-333,33”. Kopioidaan kaavaa alaspäin.

Ensimmäisen maksuerän korko on $10\,000\ \text{€} \cdot 0,0199 \cdot \frac{2}{12}$, joten kirjoitetaan soluun C2 ”=B2*0,0199*2/12” ja kopioidaan kaavaa alaspäin.

Ensimmäinen maksuerä on 333,33 € + 33,17 €, joten kirjoitetaan soluun E2 ”=D2+C2” ja kopioidaan kaavaa alaspäin.

Lainaa on jäljellä ensimmäisen lyhennyksen jälkeen 10 000 € – 333,33 €, joten kirjoitetaan soluun F2 ”=B2-D2” ja kopioidaan kaavaa alaspäin.

Lasketaan maksuerien summa kirjoittamalla soluun E32 ”=SUMMA(E2:E31)”.

	A	B	C	D	E	F
1	Maksukerta	Lainaa jäljellä ennen lyhennystä (€)	Korko (€)	Lyhennys (€)	Maksuerä (€)	Lainaa jäljellä lyhennyksen jälkeen (€)
2	1	10000	=B2*0,0199*2/12	333,33	=D2+C2	=B2-D2
3	2	=B2-333,33	=B3*0,0199*2/12	333,33	=D3+C3	=B3-D3
4	3	=B3-333,33	=B4*0,0199*2/12	333,33	=D4+C4	=B4-D4
5	4	=B4-333,33	=B5*0,0199*2/12	333,33	=D5+C5	=B5-D5
6	5	=B5-333,33	=B6*0,0199*2/12	333,33	=D6+C6	=B6-D6
7	6	=B6-333,33	=B7*0,0199*2/12	333,33	=D7+C7	=B7-D7
8	7	=B7-333,33	=B8*0,0199*2/12	333,33	=D8+C8	=B8-D8
9	8	=B8-333,33	=B9*0,0199*2/12	333,33	=D9+C9	=B9-D9
10	9	=B9-333,33	=B10*0,0199*2/12	333,33	=D10+C10	=B10-D10
11	10	=B10-333,33	=B11*0,0199*2/12	333,33	=D11+C11	=B11-D11
12	11	=B11-333,33	=B12*0,0199*2/12	333,33	=D12+C12	=B12-D12
13	12	=B12-333,33	=B13*0,0199*2/12	333,33	=D13+C13	=B13-D13
14	13	=B13-333,33	=B14*0,0199*2/12	333,33	=D14+C14	=B14-D14
15	14	=B14-333,33	=B15*0,0199*2/12	333,33	=D15+C15	=B15-D15
16	15	=B15-333,33	=B16*0,0199*2/12	333,33	=D16+C16	=B16-D16
17	16	=B16-333,33	=B17*0,0199*2/12	333,33	=D17+C17	=B17-D17
18	17	=B17-333,33	=B18*0,0199*2/12	333,33	=D18+C18	=B18-D18
19	18	=B18-333,33	=B19*0,0199*2/12	333,33	=D19+C19	=B19-D19
20	19	=B19-333,33	=B20*0,0199*2/12	333,33	=D20+C20	=B20-D20
21	20	=B20-333,33	=B21*0,0199*2/12	333,33	=D21+C21	=B21-D21
22	21	=B21-333,33	=B22*0,0199*2/12	333,33	=D22+C22	=B22-D22
23	22	=B22-333,33	=B23*0,0199*2/12	333,33	=D23+C23	=B23-D23
24	23	=B23-333,33	=B24*0,0199*2/12	333,33	=D24+C24	=B24-D24
25	24	=B24-333,33	=B25*0,0199*2/12	333,33	=D25+C25	=B25-D25
26	25	=B25-333,33	=B26*0,0199*2/12	333,33	=D26+C26	=B26-D26
27	26	=B26-333,33	=B27*0,0199*2/12	333,33	=D27+C27	=B27-D27
28	27	=B27-333,33	=B28*0,0199*2/12	333,33	=D28+C28	=B28-D28
29	28	=B28-333,33	=B29*0,0199*2/12	333,33	=D29+C29	=B29-D29
30	29	=B29-333,33	=B30*0,0199*2/12	333,33	=D30+C30	=B30-D30
31	30	=B30-333,33	=B31*0,0199*2/12	333,33	=D31+C31	=B31-D31
32				Yhteensä	=SUMMA(E2:E31)	

	A	B	C	D	E	F
1	Maksukerta	Lainaa jäljellä ennen lyhennystä (€)	Korko (€)	Lyhennys (€)	Maksuerä (€)	Lainaa jäljellä lyhennyksen jälkeen (€)
2	1	10000,00	33,17	333,33	366,50	9666,67
3	2	9666,67	32,06	333,33	365,39	9333,34
4	3	9333,34	30,96	333,33	364,29	9000,01
5	4	9000,01	29,85	333,33	363,18	8666,68
6	5	8666,68	28,74	333,33	362,07	8333,35
7	6	8333,35	27,64	333,33	360,97	8000,02
8	7	8000,02	26,53	333,33	359,86	7666,69
9	8	7666,69	25,43	333,33	358,76	7333,36
10	9	7333,36	24,32	333,33	357,65	7000,03
11	10	7000,03	23,22	333,33	356,55	6666,70
12	11	6666,70	22,11	333,33	355,44	6333,37
13	12	6333,37	21,01	333,33	354,34	6000,04
14	13	6000,04	19,90	333,33	353,23	5666,71
15	14	5666,71	18,79	333,33	352,12	5333,38
16	15	5333,38	17,69	333,33	351,02	5000,05
17	16	5000,05	16,58	333,33	349,91	4666,72
18	17	4666,72	15,48	333,33	348,81	4333,39
19	18	4333,39	14,37	333,33	347,70	4000,06
20	19	4000,06	13,27	333,33	346,60	3666,73
21	20	3666,73	12,16	333,33	345,49	3333,40
22	21	3333,40	11,06	333,33	344,39	3000,07
23	22	3000,07	9,95	333,33	343,28	2666,74
24	23	2666,74	8,84	333,33	342,17	2333,41
25	24	2333,41	7,74	333,33	341,07	2000,08
26	25	2000,08	6,63	333,33	339,96	1666,75
27	26	1666,75	5,53	333,33	338,86	1333,42
28	27	1333,42	4,42	333,33	337,75	1000,09
29	28	1000,09	3,32	333,33	336,65	666,76
30	29	666,76	2,21	333,33	335,54	333,43
31	30	333,43	1,11	333,33	334,44	0,10
32				Yhteensä	10513,99	

Lea maksaa pankille yhteensä 10 513,99 €.

Vastaus: 10 513,99 €

- b) Korkokanta on 1,99 % ja $\frac{1,99\%}{6} = 0,3316\dots\%$, joten korkokerroin $q = 1,003316\dots$

Maksuerien lukumäärä on $n = 30$.

Sijoitetaan annuiteetin lausekkeeseen $K = 10\,000$, $q = 1,003316\dots$ ja $n = 30$ ja lasketaan annuiteetti.

$$A = 10\,000 \cdot 1,003316\dots^{30} \cdot \frac{1 - 1,003316\dots}{1 - 1,003316\dots^{30}} = 350,743\dots \approx 350,74$$

Lea maksoi annuiteettilainastaan $30 \cdot 350,74 \text{ €} = 10\,522,20 \text{ €}$.

Vastaus: 10 522,20 €

343. a) Maksuaika on 24 kk ja kuukausierä 36,30 €. Kuukauserän lisäksi Mats maksaa käsittelymaksua 4,00 €/kk, joten hän maksaa silmälaseistaan $24 \cdot (36,30 \text{ €} + 4,00 \text{ €}) = 967,20 \text{ €}$.

Vastaus: 967,20 €

- b) Sijoitetaan internetistä löytyvään korkolaskuriin lainan määrä 800 €, laina-aika 24 kk ja lainan hoitokustannukset 4 €/kk. Lisätään lainan perustamiskustannuksiin 71,20 €, jolloin lainan kokonaiskustannuksiksi saadaan a-kohdan 967,20 €.

Korkolaskuri antaa todelliseksi vuosikoroksi 20,66 %.

Vastaus: 20,66 %

Korkolaskuri

Lainan määrä €

Laina-aika kuukautta

Korko %

Lainan perustamiskustannus €

Pankin tai muun lainantajan perimät hoitokulut / kk €

Laske

Lainan kokonaiskustannukset **967,20 €**

Kuukausierä	40,30 €/kk
Todellinen vuosikorko	20,66 %
Maksuerien määrä	24,00 maksuerää (kk)
Korkojen osuus	0,00 €
Lainanhoitokulujen osuus	96,00 €

344. Koska laina-aika on 10 vuotta, maksuerien lukumäärä on
 $n = 10 \cdot 12 = 120$.

Muodostetaan yhtälö sijoittamalla annuiteetin lausekkeeseen $A = 400$,
 $K = 40\,000$ ja $n = 120$ ja ratkaistaan yhtälöstä korkokerroin q symbolisen
laskennan ohjelman avulla

$$400 = 40\,000 \cdot q^{120} \cdot \frac{1-q}{1-q^{120}}$$

Symbolisen laskennan ohjelmalla saadaan $q = -0,9569\dots$ tai
 $q = 1,003114\dots$, joista negatiivinen hylätään.

Koska korko $100,3114\dots\% - 100\% = 0,3114\dots\%$ on kuukautta kohti, on
vuosikorko oltava korkeintaan $0,3114\dots\% \cdot 12 = 3,737\dots\% \approx 3,74\%$.

Vastaus: 3,74 %

345. a) Korkokanta on 3,00 % ja $\frac{3,00\%}{12} = 0,25\%$, joten korkokerroin $q = 1,0025$.

Maksuerien lukumäärä on $n = 20 \cdot 12 = 240$.

Sijoitetaan annuiteetin lausekkeeseen $K = 100\,000$, $q = 1,0025$ ja $n = 240$ ja lasketaan annuiteetti.

$$A = 100\,000 \cdot 1,0025^{240} \cdot \frac{1 - 1,0025}{1 - 1,0025^{240}} = 554,597.. \approx 554,60$$

Vastaus: 554,60 €

- b) Korkokanta on 5,00 % ja $\frac{5,00\%}{12} = 0,4166\dots\%$, joten korkokerroin $q = 1,004166\dots$

Maksuerien lukumäärä on $n = 20 \cdot 12 = 240$.

Sijoitetaan annuiteetin lausekkeeseen $K = 100\,000$, $q = 1,004166\dots$ ja $n = 240$ ja lasketaan maksuerän suuruus.

$$A = 100\,000 \cdot 1,004166\dots^{240} \cdot \frac{1 - 1,004166\dots}{1 - 1,004166\dots^{240}} = 659,955.. \approx 659,96$$

Vastaus: 659,96 €

- c) Muodostetaan yhtälö sijoittamalla annuiteetin lausekkeeseen $A = 554,60$, $K = 100\,000$ ja $q = 1,004166\dots$ ja ratkaistaan yhtälöstä maksuerien määrä n .

$$554,60 = 100\,000 \cdot 1,004166\dots^n \cdot \frac{1 - 1,004166\dots}{1 - 1,004166\dots^n}$$

Symbolisen laskennan ohjelmalla saadaan $n = 334,649\dots \approx 335$.

Laina-aika on 335 kk = 27 vuotta 11 kuukautta.

Vastaus: 27 vuotta 11 kuukautta

346. Irma pystyy maksamaan korkeintaan 450 euron kuukausimaksuerää.

Korkokanta on 1,20 % ja $\frac{1,20\%}{12} = 0,10\%$, joten korkokerroin

$$q = 1,001.$$

Muodostetaan yhtälö sijoittamalla annuiteetin lausekkeeseen $A = 450$, $K = 57\,000$ ja $q = 1,001$ ja ratkaistaan yhtälöstä maksuerien määrä n .

$$450 = 57\,000 \cdot 1,001^n \cdot \frac{1 - 1,001}{1 - 1,001^n}$$

Symbolisen laskennan ohjelmalla saadaan $n = 135,505\dots \approx 136$.

Irman tulee ottaa laina-ajaksi vähintään 136 kk = 11 vuotta 4 kuukautta.

Vastaus: 11 vuotta 4 kuukautta

347. a) Laaditaan lainalaskelma taulukkolaskentaohjelman avulla. Lasketaan ensimmäisen rivin tiedot ja täydennetään koko taulukko.

Koska lyhennyksiä on kaksi vuodessa ja laina-aika 5 vuotta, on lyhennyksiä yhteensä $2 \cdot 5 = 10$ ja lyhennyksen suuruus

$$\frac{30\,000\ \text{€}}{10} = 3000\ \text{€}.$$

Laaditaan taulukko jäljellä olevan lainan määrästä, koroista, lyhennyksistä ja maksueristä soluviihtausten avulla.

	A	B	C	D	E	F
1	Maksukerta	Jäljellä olevan lainan määrä ennen lyhennystä (€)	Korko (€)	Lyhennys (€)	Maksuerä (€)	Jäljellä olevan lainan määrä lyhennyksen jälkeen (€)
2	1	30000	=B2*0,054*1/2	3000	=C2+D2	=B2-D2
3	2	=B2-3000	=B3*0,054*1/2	3000	=C3+D3	=B3-D3
4	3	=B3-3000	=B4*0,054*1/2	3000	=C4+D4	=B4-D4
5	4	=B4-3000	=B5*0,054*1/2	3000	=C5+D5	=B5-D5
6	5	=B5-3000	=B6*0,054*1/2	3000	=C6+D6	=B6-D6
7	6	=B6-3000	=B7*0,054*1/2	3000	=C7+D7	=B7-D7
8	7	=B7-3000	=B8*0,054*1/2	3000	=C8+D8	=B8-D8
9	8	=B8-3000	=B9*0,054*1/2	3000	=C9+D9	=B9-D9
10	9	=B9-3000	=B10*0,054*1/2	3000	=C10+D10	=B10-D10
11	10	=B10-3000	=B11*0,054*1/2	3000	=C11+D11	=B11-D11
12		Korot yhteensä	=SUMMA(C2:C11)			

	A	B	C	D	E	F
1	Maksukerta	Jäljellä olevan lainan määrä ennen lyhennystä (€)	Korko (€)	Lyhennys (€)	Maksuerä (€)	Jäljellä olevan lainan määrä lyhennyksen määrä (€)
2	1	30000	810	3000	3810	27000
3	2	27000	729	3000	3729	24000
4	3	24000	648	3000	3648	21000
5	4	21000	567	3000	3567	18000
6	5	18000	486	3000	3486	15000
7	6	15000	405	3000	3405	12000
8	7	12000	324	3000	3324	9000
9	8	9000	243	3000	3243	6000
10	9	6000	162	3000	3162	3000
11	10	3000	81	3000	3081	0
12		Korot yhteensä	4455			

Vastaus:

	Maksukerta	Korko (€)	Lyhennys (€)	Maksuerä (€)
	1	810	3000	3810
	2	729	3000	3729
	3	648	3000	3648
	4	567	3000	3567
	5	486	3000	3486
	6	405	3000	3405
	7	324	3000	3324
	8	243	3000	3243
	9	162	3000	3162
	10	81	3000	3081

- b) Lainan puolivuosisorkkokanta on $\frac{5,40\%}{2} = 2,70\%$, joten korkokerroin on $q = 1,027$. Maksuerien lukumäärä viiden vuoden aikana on $n = 5 \cdot 2 = 10$. Lasketaan tasaerän suuruus.

$$A = 30\,000 \text{ €} \cdot 1,027^{10} \cdot \frac{1-1,027}{1-1,027^{10}} = 3463,282\dots \text{ €} \approx 3463,28 \text{ €}$$

Laaditaan lainalaskelma taulukkolaskentaohjelman avulla soluviittauksia käyttäen.

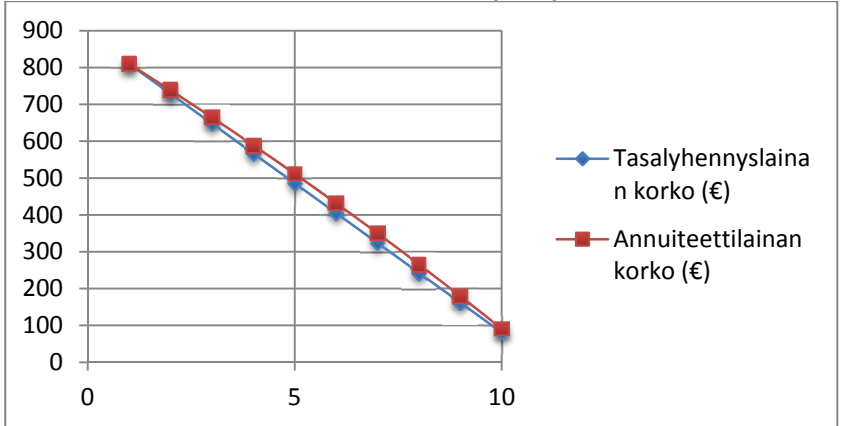
	A	B	C	D	E	F
1	Maksukerta	Jäljellä olevan lainan määrä ennen lyhennystä (€)	Korko (€)	Lyhennys (€)	Maksuerä (€)	Jäljellä olevan lainan määrä lyhennyksen määrä (€)
2	1	30000	=B2*0,054*1/2	=E2-C2	3463,28	=B2-D2
3	2	=F2	=B3*0,054*1/2	=E3-C3	3463,28	=B3-D3
4	3	=F3	=B4*0,054*1/2	=E4-C4	3463,28	=B4-D4
5	4	=F4	=B5*0,054*1/2	=E5-C5	3463,28	=B5-D5
6	5	=F5	=B6*0,054*1/2	=E6-C6	3463,28	=B6-D6
7	6	=F6	=B7*0,054*1/2	=E7-C7	3463,28	=B7-D7
8	7	=F7	=B8*0,054*1/2	=E8-C8	3463,28	=B8-D8
9	8	=F8	=B9*0,054*1/2	=E9-C9	3463,28	=B9-D9
10	9	=F9	=B10*0,054*1/2	=E10-C10	3463,28	=B10-D10
11	10	=F10	=B11*0,054*1/2	=E11-C11	3463,28	=B11-D11
12		Korot yhteensä	=SUMMA(C2:C11)			

	A	B	C	D	E	F
1	Maksukerta	Jäljellä olevan lainan määrä ennen lyhennystä (€)	Korko (€)	Lyhennys (€)	Maksuerä (€)	Jäljellä olevan lainan määrä lyhennyksen määrä (€)
2	1	30000,00	810,00	2653,28	3463,28	27346,72
3	2	27346,72	738,36	2724,92	3463,28	24621,80
4	3	24621,80	664,79	2798,49	3463,28	21823,31
5	4	21823,31	589,23	2874,05	3463,28	18949,26
6	5	18949,26	511,63	2951,65	3463,28	15997,61
7	6	15997,61	431,94	3031,34	3463,28	12966,26
8	7	12966,26	350,09	3113,19	3463,28	9853,07
9	8	9853,07	266,03	3197,25	3463,28	6655,83
10	9	6655,83	179,71	3283,57	3463,28	3372,25
11	10	3372,25	91,05	3372,23	3463,28	0,03
12		Korot yhteensä	4632,83			

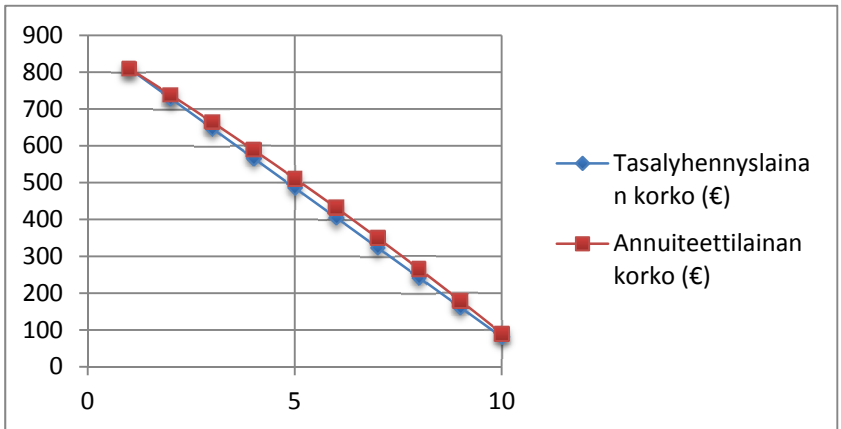
Vastaus:

	Maksukerta	Korko (€)	Lyhennys (€)	Maksuerä (€)
1	1	810	2653,28	3463,28
2	2	738,36	2724,92	3463,28
3	3	664,79	2798,49	3463,28
4	4	589,23	2874,05	3463,28
5	5	511,63	2951,65	3463,28
6	6	431,94	3031,34	3463,28
7	7	350,09	3113,19	3463,28
8	8	266,03	3197,25	3463,28
9	9	179,71	3283,57	3463,28
10	10	91,05	3372,23	3463,28

c) Piirretään kunkin maksuerän koron kuvaaja a- ja b-kohdan tilanteissa.



Vastaus:



SYVENNÄ YMMÄRRYSTÄ

348. Koska laina-aika on 4 vuotta, maksuerien lukumäärä on $n = 4$.

Muodostetaan yhtälö sijoittamalla annuiteetin kaavaan $A = 2000$, $K = 7500$ ja $n = 4$. Yhtälöksi saadaan

$$2000 = 7500 \cdot q^4 \cdot \frac{1-q}{1-q^4}$$

Symbolisen laskennan ohjelmalla saadaan yhtälön ratkaisuksi $q = -0,63166\dots$ tai $q = 1,0263\dots$, joista negatiivinen hylätään.

Korkoprosentti on $102,63\dots\% - 100\% = 2,63\dots\% \approx 2,6\%$.

Vastaus: 2,6 %

349. Lasketaan ensin kuinka suuri korkokanta voi enintään olla, jos Oiva valitsee laina-ajaksi 15 vuotta.

Maksuerien lukumäärä on $n = 15 \cdot 12 = 180$.

Muodostetaan yhtälö sijoittamalla annuiteetin lausekkeeseen $A = 600$, $K = 115\,000$ ja $n = 180$ ja ratkaistaan yhtälöstä korkokerroin q symbolisen laskennan ohjelman avulla

$$600 = 115\,000 \cdot q^{180} \cdot \frac{1-q}{1-q^{180}}$$

Symbolisen laskennan ohjelmalla saadaan $q = 0,99931\dots$

Koska korko $99,931\dots\% - 100\% = -0,069\dots\%$ on negatiivinen, ei Ville pysty valitsemaan 15 vuoden laina-aikaa, vaan hänen pitää valita pidempi laina-aika.

Jos vuosikorkokanta on 0,01 %, niin kuukausikorkokanta on

$$\frac{0,01\%}{12} = 0,000833\dots \text{ ja korkokerroin } q = 1,00000833\dots$$

Muodostetaan yhtälö sijoittamalla annuiteetin lausekkeeseen $A = 600$, $K = 115\,000$ ja $q = 1,00000833\dots$ ja ratkaistaan yhtälöstä maksukertojen lukumäärä n symbolisen laskennan ohjelman avulla

$$600 = 115\,000 \cdot 1,00000833\dots^n \cdot \frac{1-1,00000833\dots}{1-1,00000833\dots^n}$$

Symbolisen laskennan ohjelmalla saadaan $n = 193,221\dots \approx 194$, eli laina-ajaksi tulee 16 vuotta 2 kk.

Lasketaan kuinka suuri korkokanta voi enintään olla, jos Ville valitsee laina-ajaksi 30 vuotta.

Maksuerien lukumäärä on $n = 30 \cdot 12 = 360$.

Muodostetaan yhtälö sijoittamalla annuiteetin lausekkeeseen $A = 600$, $K = 115\,000$ ja $n = 360$ ja ratkaistaan yhtälöstä korkokerroin q symbolisen laskennan ohjelman avulla

$$600 = 115\,000 \cdot q^{360} \cdot \frac{1-q}{1-q^{360}}$$

Symbolisen laskennan ohjelmalla saadaan $q = 1,003959\dots$

Koska korko $100,3959\dots\% - 100\% = 0,3959\dots\%$ on kuukautta kohti, on vuosikoron oltava korkeintaan $0,3959\dots\% \cdot 12 = 4,750\dots\% \approx 4,75\%$.

Vastaus: Laina-ajan on oltava vähintään 16 vuotta 2 kk, jos korkokanta on $0,01\%$. Jos korkokanta on korkeintaan $4,75\%$, Oiva saa lainan 30 vuoden laina-ajalla. Tätä suuremmalla korkokannalla Oiva ei saa lainaa ollenkaan.

350. Korkokanta on 2,00 % ja $\frac{2,00\%}{12} = 0,1666\dots\%$, joten korkokerroin $q = 1,001666\dots$

Koska laina-aika on 20 vuotta, maksuerien lukumäärä on $n = 20 \cdot 12 = 240$.

Sijoitetaan annuiteetin lausekkeeseen $K = 99\,000$, $q = 1,001666\dots$ ja $n = 240$ ja lasketaan annuiteetti.

$$A = 99\,000 \cdot 1,001666\dots^{240} \cdot \frac{1 - 1,001666\dots}{1 - 1,001666\dots^{240}} = 500,824\dots \approx 500,82$$

Sanna on lyhentänyt lainaa 7 vuotta eli $7 \cdot 12 = 84$ kertaa. Sijoitetaan annuiteetilainan jäljellä olevan lainan lausekkeeseen $A = 500,82$, $K = 99\,000$, $q = 1,001666\dots$ ja $k = 84$ ja lasketaan jäljellä olevan lainan määrä.

$$\begin{aligned} V &= K \cdot q^k - A \cdot \frac{1 - q^k}{1 - q} \\ &= 99\,000 \cdot 1,001666\dots^{84} - 500,82 \cdot \frac{1 - 1,001666\dots^{84}}{1 - 1,001666\dots} \\ &= 68\,748,040\dots \\ &\approx 68\,748,04 \end{aligned}$$

Lainaa on jäljellä 68 748,04 €. Lasketaan jäljellä olevalle lainalle laina-aika siten, että maksuerä on 500,82 € ja korkokanta 5,00 %.

Korkokanta on 5,00 % ja $\frac{5,00\%}{12} = 0,4166\dots\%$, joten korkokerroin $q = 1,004166\dots$

Muodostetaan yhtälö sijoittamalla annuiteetin lausekkeeseen $A = 500,82$, $K = 68\,748,04$ ja $q = 1,004166\dots$ ja ratkaistaan yhtälöstä maksuerien määrä n .

$$500,82 = 68\,748,04 \cdot 1,004166\dots^n \cdot \frac{1 - 1,004166\dots}{1 - 1,004166\dots^n}$$

Symbolisen laskennan ohjelmalla saadaan $n = 204,074\dots \approx 204$.

Sannan jäljellä olevan lainan laina-aika on oltava vähintään 204 kk = 17 vuotta. Ilman koron muutosta laina-aikaa olisi ollut jäljellä $20 - 7 = 13$ vuotta, joten laina-aika piteni $17 - 13 = 4$ vuotta.

Vastaus: 4 vuotta

- 351.** Maksuerien lukumäärä on $n = 30 \cdot 12 = 360$, joten yhden maksuerän suuruus on $\frac{303\,900 \text{ €}}{360} = 844,166\dots \text{€} \approx 844,17 \text{ €}$.

Muodostetaan yhtälö sijoittamalla annuiteetin lausekkeeseen $A = 844,17$, $K = 100\,000$ ja $n = 360$ ja ratkaistaan yhtälöstä korkokerroin q symbolisen laskennan ohjelman avulla

$$844,17 = 100\,000 \cdot q^{360} \cdot \frac{1-q}{1-q^{360}}$$

Symbolisen laskennan ohjelmalla saadaan $q = 1,007954\dots$

Koska korko $100,7954\dots \% - 100 \% = 0,7954\dots$ on kuukautta kohti, on korkokannan oltava korkeintaan $0,7954\dots \% \cdot 12 = 9,545\dots \% \approx 9,55 \%$. Korkokanta on 0,05 prosenttiyksikköä suurempi kuin laskuriin syötetty.

Vastaus: 9,55 %, 0,05 prosenttiyksikköä suurempi kuin laskuriin syötetty

- 352.** Veneen hinta muodostuu käsirahasta 4000 € ja lainaksi otettavasta osasta K . Annuiteetilainan maksuerä on 250 € ja laina-aika 5 vuotta.

Korkokanta on 7,20 % ja $\frac{7,20 \%}{12} = 0,6 \%$, joten korkokerroin $q = 1,006$.

Koska laina-aika on 5 vuotta, maksuerien lukumäärä on $n = 5 \cdot 12 = 60$.

Muodostetaan yhtälö sijoittamalla annuiteetin lausekkeeseen $A = 250$, $q = 1,006$ ja $n = 60$ ja ratkaistaan yhtälöstä lainapääoma K .

$$250 = K \cdot 1,006^{60} \cdot \frac{1-1,006}{1-1,006^{60}}$$

$$250 = 0,01989\dots K \quad || : 0,01989\dots$$

$$K = 12\,565,532\dots$$

$$K \approx 12\,565,53$$

Veneen hinta ostohetkellä on $12\,565,53 \text{ €} + 4000 \text{ €} = 16\,565,53 \text{ €}$.

Vastaus: 16 565,53 €

353. a) Luottokorttilaskun A vuosikorkokanta on 9,80 %, joten

kuukausikorkokanta on $\frac{9,80\%}{12} = 0,816\dots\%$ ja korkokerroin on

$q = 1,00816\dots$. Maksuerien lukumäärä on $n = 12$. Sijoitetaan annuiteetin lausekkeeseen lainapääoma $K = 600$ €, korkokerroin $q = 1,00816\dots$ ja maksuerien lukumäärä $n = 12$ ja lasketaan tasaerän suuruus.

$$A = 600 \text{ €} \cdot 1,00816\dots^{12} \cdot \frac{1-1,00816\dots}{1-1,00816\dots^{12}} = 52,693\dots \text{ €} \approx 52,69 \text{ €}$$

Tasaerään lisätään vielä 5 euron tilinhoitomaksu, joten luottokorttilaskun A kuukausierä on $52,69 \text{ €} + 5 \text{ €} = 57,69 \text{ €}$.

Luottokorttilaskun B vuosikorkokanta on 10,2 %, joten

kuukausikorkokanta on $\frac{10,2\%}{12} = 0,85\%$ ja korkokerroin on

$q = 1,0085$. Maksuerien lukumäärä on $n = 12$. Sijoitetaan annuiteetin lausekkeeseen lainapääoma $K = 900$ €, korkokerroin $q = 1,0085$. ja maksuerien lukumäärä $n = 12$ ja lasketaan tasaerän suuruus.

$$A = 900 \text{ €} \cdot 1,0085^{12} \cdot \frac{1-1,0085}{1-1,0085^{12}} \approx 79,21 \text{ €}$$

Tasaerään lisätään vielä 5 euron tilinhoitomaksu, joten luottokorttilaskun B kuukausierä on $79,21 \text{ €} + 5 \text{ €} = 84,21 \text{ €}$.

Kulutusluoton vuosikorkokanta on 12,7 %, joten kuukausikorkokanta on $\frac{12,7\%}{12} = 1,058\dots\%$ ja korkokerroin on $q = 1,01058\dots$. Maksuerien

lukumäärä on $n = 12$. Sijoitetaan annuiteetin lausekkeeseen lainapääoma $K = 900$ €, korkokerroin $q = 1,01058\dots$ ja maksuerien lukumäärä $n = 12$ ja lasketaan tasaerän suuruus.

$$A = 1000 \text{ €} \cdot 1,01058\dots^{12} \cdot \frac{1-1,01058\dots}{1-1,01058\dots^{12}} \approx 89,18 \text{ €}$$

Tasaerään lisätään vielä 5 euron tilinhoitomaksu, joten kulutusluoton kuukausierä on $89,18 \text{ €} + 5 \text{ €} = 94,18 \text{ €}$.

Yhteiset kokonaiskustannukset ovat

$$12 \cdot 57,69 \text{ €} + 12 \cdot 84,21 \text{ €} + 12 \cdot 94,18 \text{ €} = 2832,96 \text{ €}.$$

Vastaus: 57,69 €, 84,21 €, 94,18 €, 2832,96 €

- b) Yhdistetyn lainan kuukausittain maksettava summa on $215,45 \text{ €} + 3,50 \text{ €} = 218,95 \text{ €}$ ja kokonaiskustannukset ovat $12 \cdot 218,95 \text{ €} = 2627,40 \text{ €}$. Lainatarjouksen kokonaiskustannukset ovat pienemmät kuin erillisten lainojen kokonaiskustannukset, joten Vilman kannattaa hyväksyä lainatarjous.

Vastaus: kannattaa

- c) Lainojen yhteissumma eli lainapääoma $K = 600 \text{ €} + 900 \text{ €} + 1000 \text{ €} = 2500 \text{ €}$, tasaerän suuruus $A = 215,45 \text{ €}$ ja maksuerin lukumäärä on $n = 12$. Muodostetaan annuiteetin kaavalla yhtälö ja ratkaistaan siitä korkokerroin q .

$$215,45 = 2500 \cdot q^{12} \cdot \frac{1-q}{1-q^{12}}$$

Symbolisen laskennan ohjelmalla saadaan $q = -0,774\dots$ tai $q = 1,00520\dots$. Hylätään negatiivinen ratkaisu.

Lainan kuukausikorko on $0,520\dots \%$, joten lainan korkokanta on $12 \cdot 0,520\dots \% = 6,246\dots \% \approx 6,25 \%$

Vastaus: 6,25 %

354. Lasketaan kalakannan suuruus jäljellä olevan annuiteetilainan lausekkeen avulla.

Sijoitetaan annuiteetilainan jäljellä olevan lainan lausekkeeseen $A = 70$, $K = 500$, $q = 1,12$ ja $k = 10$ ja lasketaan jäljellä oleva kalamäärä.

$$\begin{aligned} V &= K \cdot q^k - A \cdot \frac{1 - q^k}{1 - q} \\ &= 500 \cdot 1,12^{10} - 70 \cdot \frac{1 - 1,12^{10}}{1 - 1,12} \\ &= 324,512\dots \\ &\approx 325 \end{aligned}$$

Kymmenen vuoden kuluttua kalakannan suuruus on noin 325 tonnia.

Sijoitetaan annuiteetilainan jäljelläolevan lainan lausekkeeseen $A = 70$, $K = 500$, $q = 1,12$ ja $k = 20$ ja lasketaan jäljellä oleva kalamäärä.

$$\begin{aligned} V &= K \cdot q^k - A \cdot \frac{1 - q^k}{1 - q} \\ &= 500 \cdot 1,12^{20} - 70 \cdot \frac{1 - 1,12^{20}}{1 - 1,12} \\ &= -220,52\dots \end{aligned}$$

Koska jäljellä olevan kalakannan määräksi 20 vuoden kuluttua saatiin negatiivien arvo, kalat on kalastettu loppuun ennen tätä ajankohtaa.

Vastaus: 325 tonnia ja kaloja ei enää ole

355. Viitekorkoon sidottujen lainojen korkokannat voivat vaihdella ja korkokannat voivat nousta laina-aikana. Korkokantoihin vaikuttaa talouden nousu- ja laskukaudet, jotka ovat toistuneet aika-ajoin. Talouden laskukausia ovat aiheuttaneet esimerkiksi valtioiden velkakriisit sekä asuntojen tai pörssikurssien nopea arvojen laskeminen. Korkokantojen nousun myötä lainanhoitokulut voivat nousta huomattavasti.

Kiinteällä korkokannalla otetun lainan hoitokulut eivät nouse, jos viitekorko nousee suureksi. Jos viitekorko pysyttelee alhaisena, kiinteäkorkoisen lainan hoitokulut ovat suurempia kuin viitekorkoon sidotun lainan.

Vastaus: -

ALOITUSAUKEAMAAN LIITTYVIÄ TEHTÄVIÄ

1. Eräs pienlainayritys tarjoaa 50 eurosta 300 euroon korotonta pikavippiä uusille asiakkaille, kun laina maksetaan tiettyssä ajassa takaisin.

Pienlainayritykset pyrkivät saamaan korottomilla pienlainoilla uusia asiakkaita.

Vastaus: -

2. Lainan kokonaiskulut ovat $315 \text{ €} - 250 \text{ €} = 65 \text{ €}$.

Merkitään vuosikoron korkokerrointa kirjaimella q . Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan siitä vuosikoron korkokerroin q .

$$250q^{\frac{60}{365}} = 315$$

Symbolisen laskennan ohjelmalla saadaan $q = 4,07931\dots$

Todellinen vuosikorko on $407,931\dots \% - 100 \% = 307,931\dots \% \approx 307,93 \%$.

Vastaus: 65 €, 307,93 %