Potenssiyhtälö ja yleinen juuri

Yleinen juuri

Luvun a yleinen eli n. juuri $\sqrt[n]{a}$ on sellainen luku b, jonka n:s potenssi on a.

Eli $\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$

Parillisilla luvun n arvoilla vaaditaan, että $b \geq 0$.

Esimerkki 1

- Laske

a) $\sqrt[4]{10\ 000} = 10$, sillä $10^4 = 10\ 000$ ja $10 \geq 0$.

b) $\sqrt[3]{64} = 4$, sillä $4^3 = 64$.

c) $\sqrt[3]{-27} = -3$, sillä $(-3)^3 = -27$.

d) Kuudetta juurta $\sqrt[6]{-729}$ ei ole määritelty, sillä ei ole olemassa reaalilukua, joka korotettuna potenssiin kuusi olisi -729.

- Potenssiyhtälö on $x^n = a$, jossa n ja a ovat vakioita.
- **Potenssiyhtälön ratkaisu**

  Yhtälön $x^n = a$ ratkaisu on

  - $x = \pm\sqrt[n]{a}$, jos n on parillinen ja $a \geq 0$
  - $x = \sqrt[n]{a}$, jos n on pariton

Esimerkki 2

- Ratkaise yhtälö

  a) $x^2 = 25$

  $x = \pm\sqrt{25}$

  $x = \pm 5$

  b) $x^3 = -8$

  $x = \sqrt[3]{-8}$

  $x = -2$

c) $x^4 = -16$

ei ratkaisua

d) $2x^5 = 66 \quad |:2$

$x^5 = 33$

$x = \sqrt[5]{33} \ (\approx 2{,}01)$