Yleisen potenssifunktion integrointi

- Potenssifunktio voidaan integroida seuraavilla kaavoilla:
  - Kaavojen todistus derivoimalla (s. 27)
- Kun eksponentti $r \neq -1$:

$$\int x^r dx = \frac{1}{r+1} x^{r+1} + C$$

Eksponentti yhtä suuremmaksi ja uuden eksponentin käänteisluku kertoimeksi.

- Kun eksponentti $r = -1$:

$$\int x^{-1} dx = \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$$

$$D \ln|x| = \frac{1}{x}$$

t. 156, s. 32

Muodostetaan ensin funktion $f(x) = \sqrt{x} - 4, x > 0$, kaikki integraalifunktiot F.

$$F(x) = \int (\sqrt{x} - 4)dx = \int (x^{\frac{1}{2}} - 4)dx$$

$$= \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - 4x + C = \frac{2}{3}x\sqrt{x} - 4x + C$$

Se integraalifunktio, joka kulkee pisteen $(9, 18)$ kautta, toteuttaa ehdon $F(9) = 18$.

$$F(9) = \frac{2}{3} \cdot 9 \cdot \sqrt{9} - 4 \cdot 9 + C = 18$$

$$6 \cdot 3 - 36 + C = 18$$

$$C = 36$$

Kysytty integraalifunktio on siis $F(x) = \frac{2}{3}x\sqrt{x} - 4x + 36$, missä $x > 0$.

Integraalifunktion F kulkua voidaan tutkia sen derivaatan eli alkuperäisen funktion f avulla.

Derivaattafunktio $f(x) = \sqrt{x} - 4$ arvot ovat positiivisia, kun

$$\sqrt{x} - 4 > 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sqrt{x} > 4 \quad \Leftrightarrow \quad x > 16.$$

(Derivaattaa voi tutkia myös kulkukaaviolla ja testipisteillä.)

Derivaatta on siis positiivinen, kun $x > 16$, joten kaikki integraalifunktiot ovat kasvavia välillä $]16, \infty[$.