

Yhdistetyn funktion integroiminen

- Yhdistetty funktio koostuu *sisäfunktio*sta $s(x)$ ja *ulkofunktio*sta $U(x)$.
 - Sisäfunktio on ulkofunktiossa muuttujakirjaimen x paikalla (eli argumenttina)
- Yhdistetty funktio voidaan siis kirjoittaa muodossa $U(s(x))$
- Yhdistetyn funktion derivoimiskaava voidaan esittää muodossa

$$DU(s(x)) = s'(x)u(s(x)),$$

missä $u(x)$ on funktion $U(x)$ derivaatta.

- Käänteisesti, jos integroitava funktio on muotoa $s'(x)u(s(x))$ eli sisäfunktion derivaatan lauseke on yhdistetyn funktion kertoimena, niin saadaan integroimiskaava

$$\int s'(x)u(s(x))dx = U(s(x)) + C$$

Tässä $U(x)$ on $u(x)$:n
integraalifunktio

a) $\int 6x^2(x^3 + 3)^6 dx$ Sisäfunktio on $s(x) = x^3 + 3$ ja sen derivaatta $s'(x) = 3x^2$.

Derivaatan lauseke on kerrointa vaille oikein, joten se voidaan muokata kertoimeksi.

Ulkofunktio on $u(x) = x^6$ ja (eräs) sen integraalifunktio on $U(x) = \frac{1}{7}x^7$

Käytetään kaavaa $\int s'(x)u(s(x))dx = U(s(x)) + C$

$$\int 6x^2(x^3 + 3)^6 dx = 2 \int \underset{s'(x)}{3x^2} \underset{s(x)}{(x^3 + 3)^6} dx = 2 \cdot \frac{1}{7} (x^3 + 3)^7 + C = \underline{\underline{\frac{2}{7}(x^3 + 3)^7 + C}}$$

b) $\int \left(\frac{x}{3} + 1\right)^5 dx$ Sisäfunktio on $s(x) = \frac{x}{3} + 1$ ja sen derivaatta $s'(x) = \frac{1}{3}$.

Vakio voidaan aina muokata kertoimeksi.

Ulkofunktio on $u(x) = x^5$ ja (eräs) sen integraalifunktio on $U(x) = \frac{1}{6}x^6$

$$\int \left(\frac{x}{3} + 1\right)^5 dx = 3 \int \underset{s'(x)}{\frac{1}{3}} \underset{s(x)}{\left(\frac{x}{3} + 1\right)^5} dx = 3 \cdot \frac{1}{6} \left(\frac{x}{3} + 1\right)^6 + C = \underline{\underline{\frac{1}{2} \left(\frac{x}{3} + 1\right)^6 + C}}$$

Huomaa, että sisäfunktion muoto säilyy vastauksessa! Muista tarkistaa derivoimalla!