

t. 406, s. 92

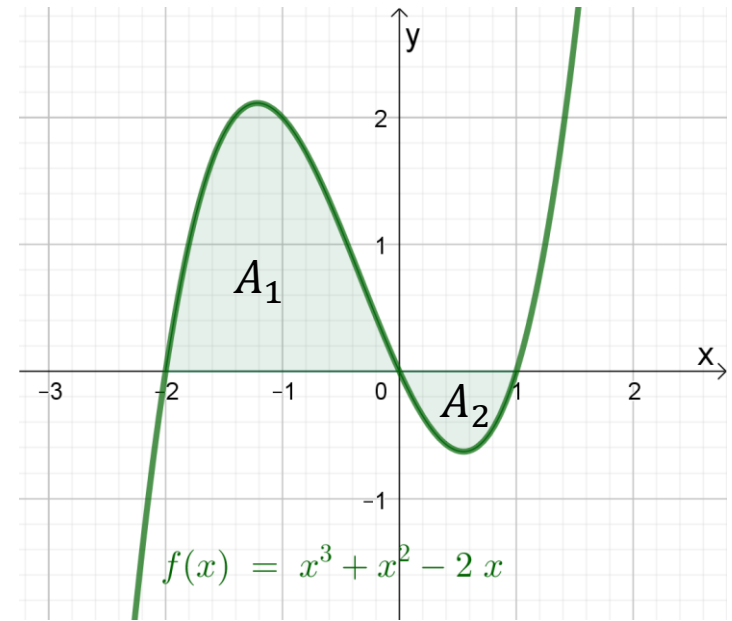
Ratkaistaan funktion  $f(x) = x^3 + x^2 - 2x$  nollakohdat:

$$x^3 + x^2 - 2x = 0$$

$$x(x^2 + x - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ tai } x^2 + x - 2 = 0 \quad (\text{Tulon nollasääntö})$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} = \begin{cases} 1 \\ -2 \end{cases}$$



(Tarkistus: Kun  $a = 1$  ratkaisujen tulo on vakiotermi  $c$ :  $-2 \cdot 1 = -2$  ja ratkaisujen summa  $-b$ :  $-2 + 1 = -1$ )

Nollakohtien  $x = -2$  ja  $x = 0$  välillä  $f(x) > 0$  joten tälle välille rajautuva pinta-ala saadaan määrättyä integraalina

$$A_1 = \int_{-2}^0 (x^3 + x^2 - 2x) dx$$

Vastaavasti nollakohtien  $x = 0$  ja  $x = 1$  välillä  $f(x) < 0$  jolloin välin pinta-ala on

$$A_2 = - \int_0^1 (x^3 + x^2 - 2x) dx = \int_1^0 (x^3 + x^2 - 2x) dx.$$

Kaksiosaisen alueen pinta-ala on

$$\begin{aligned} A &= A_1 + A_2 = \int_{-2}^0 (x^3 + x^2 - 2x) dx + \int_1^0 (x^3 + x^2 - 2x) dx \\ &= \int_{-2}^0 \left( \frac{1}{4} x^4 + \frac{1}{3} x^3 - x^2 \right) + \int_1^0 \left( \frac{1}{4} x^4 + \frac{1}{3} x^3 - x^2 \right) \\ &= - \left( \frac{1}{4} (-2)^4 + \frac{1}{3} (-2)^3 - (-2)^2 \right) - \left( \frac{1}{4} \cdot 1^4 + \frac{1}{3} \cdot 1^3 - 1^2 \right) \\ &= - \left( \frac{1}{4} \cdot 16 - \frac{1}{3} \cdot 8 - 4 \right) - \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - 1 \right) \\ &= -4 + \frac{8}{3} + 4 - \frac{1}{4} - \frac{1}{3} + 1 \\ &= \frac{7}{3} - \frac{1}{4} + 1 = \frac{37}{12} = \underline{\underline{3 \frac{1}{12}}} \end{aligned}$$