Eksponentti- ja trigonometristen funktioiden integrointi

- Derivoimiskaavoista $De^x = e^x$, $D\sin x = \cos x$ ja $D\cos x = -\sin x$ saadaan seuraavat integroimiskaavat:

$$\int e^x dx = e^x + C$$

$$\int \cos x \, dx = \sin x + C$$

$$\int \sin x \, dx = -\cos x + C$$

t. 235, s. 50

a) $\int \frac{\sin x}{2} dx = \int \frac{1}{2} \sin x \, dx = -\frac{1}{2} \cos x + C$

b) $\int \sin \frac{x}{2} dx = \int 2 \cdot \frac{1}{2} \sin \frac{x}{2} dx = -2 \cos \frac{x}{2} + C$

$s(x) = \frac{x}{2}, s'(x) = \frac{1}{2}$

$u(x) = \sin x, U(x) = -\cos x + C$

Huomaa, että taas sisäfunktion lauseke säilyy!

c) $\int (2x + \sin 2x) dx = \int (2x + \frac{1}{2} \cdot 2 \sin 2x) dx$

$= x^2 - \frac{1}{2} \cos 2x + C$

$s(x) = 2x, s'(x) = 2$

Tarkista derivoimalla!

t. 236, s. 50

a) $$\int \frac{e^x}{4}dx = \int \frac{1}{4}e^x dx = \frac{1}{4}e^x + C$$

b) $$\int e^{\frac{x}{4}}dx = \int 4 \cdot \frac{1}{4}e^{\frac{x}{4}}dx = 4e^{\frac{x}{4}} + C$$

$s(x) = \frac{x}{4}, s'(x) = \frac{1}{4}$

$u(x) = e^x, U(x) = e^x + C$

c) $$\int \frac{e^{-4x}}{-4}dx = \int -\frac{1}{4}e^{-4x}dx$$

Vaihtoehtoinen tapa integroida:

Tiedetään, että integraalifunktio on muotoa e^{-4x} (ns. integraalifunktioehdokas).

Tarkistetaan derivoimalla ja säädetään kerroin sopivaksi

$$De^{-4x} = -4e^{-4x}$$

Kerroin on -4, mutta pitäisi olla $-\frac{1}{4}$. Korjataan siis kertoimella $\frac{1}{16}$.

Integraalifunktio on $\frac{1}{16}e^{-4x} + \mathrm{C}$

$$\int \frac{e^{-4x}}{-4}dx = \frac{1}{16}e^{-4x} + C$$