t. 193, s. 81

$$f(x)=\frac{\sin x}{2-\cos x}$$

Funktion *f* määrittelyjoukko on $\mathbb{R}$, sillä $2 - \cos x \neq 0$ kaikilla reaaliluvuilla.

Funktion *f* jakso on 2π, koska sinin ja kosinin jakso on 2π (jakson ei välttämättä tarvitse olla pienin jakso)

Riittää tutkia ääriarvoja suljetulla välillä jossain jaksossa. Valitaan jaksoksi $[0, 2\pi]$.

Ratkaistaan derivaatan nollakohdat:

$$\boxed{D\frac{f}{g}=\frac{gDf-fDg}{g^2}}$$

$$f'(x)=\frac{(2-\cos x)D\sin x-\sin xD(2-\cos x)}{(2-\cos x)^2}$$

$$f'(x)=\frac{(2-\cos x)\cos x-\sin x\cdot\sin x}{(2-\cos x)^2}=\frac{2\cos x-\cos^2 x-\sin^2 x}{(2-\cos x)^2}=\frac{2\cos x-1}{(2-\cos x)^2}$$

Myös derivaattafunktio *f'* on määritelty kaikkialla. Nollakohdat osoittajan nollakohdista:

$$2\cos x-1=0$$

$$\cos x=\frac{1}{2}\quad\Leftrightarrow\quad x=\pm\frac{\pi}{3}+n2\pi\qquad n\in\mathbb{Z}$$

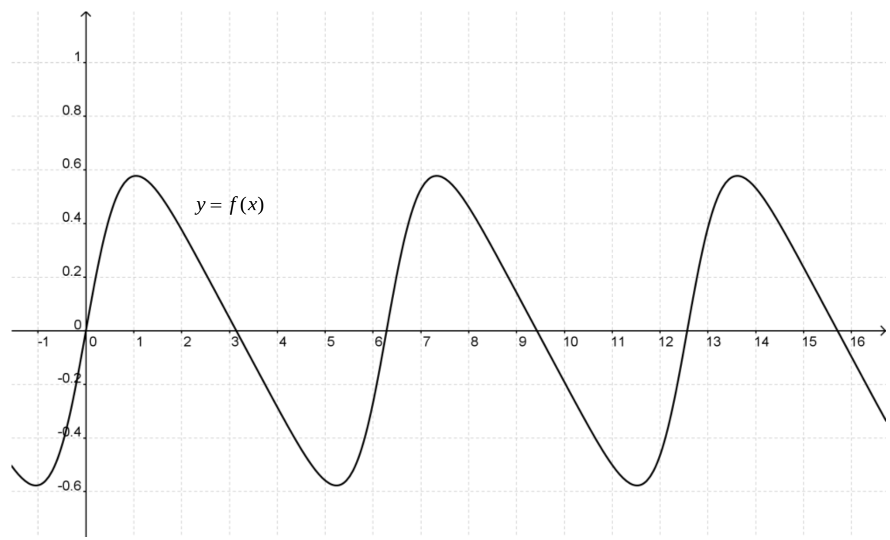
Välillä [0, 2π] on nollakohdat $\dfrac{\pi}{3}$ ja $-\dfrac{\pi}{3}+2\pi=\dfrac{5\pi}{3}$

Derivoituvan funktion suurin/pienin arvo suljetulla välillä on joko välin päätepisteissä tai derivaatan nollakohdissa tällä välillä. Tutkitaan nämä pisteet:

$$f(0)=\frac{\sin 0}{2-\cos 0}=0 \qquad f(2\pi)=\frac{\sin 2\pi}{2-\cos 2\pi}=0$$

$$f(\frac{\pi}{3})=\frac{\sin\frac{\pi}{3}}{2-\cos\frac{\pi}{3}}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{2-\frac{1}{2}}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{3}{2}}=\frac{\sqrt{3}}{3}\approx 0{,}577$$

$$f(\frac{\pi}{3})=\frac{\sin\frac{5\pi}{3}}{2-\cos\frac{5\pi}{3}}=\frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{2-\frac{1}{2}}=\frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{3}{2}}=-\frac{\sqrt{3}}{3}\approx -0{,}577$$



V: Suurin arvo $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$, pienin arvo $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$