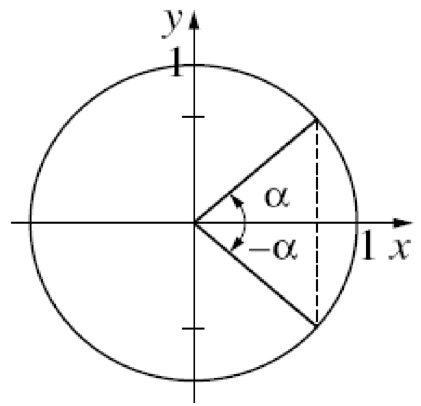
Symmetriakaavat

Peilaus x-akselin suhteen

$$\boxed{\cos(-\alpha) = \cos\alpha}$$

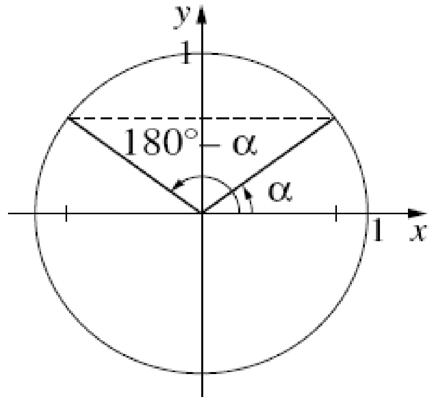
$$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$$



Peilaus y-akselin suhteen

$$\cos(180° - \alpha) = -\cos\alpha$$

$$\boxed{\sin(180° - \alpha) = \sin\alpha}$$



Yhtälön cos $\alpha = a$ ratkaisu

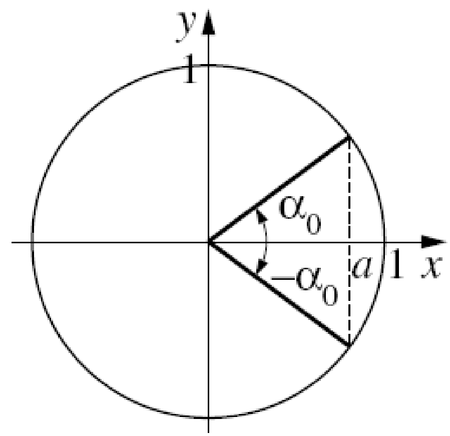
Jos α_0 on yksi kulma, joka toteuttaa yhtälön, niin yhtälön ratkaisu on

$$\alpha = \alpha_0 + n \cdot 360°$$

tai

$$\alpha = -\alpha_0 + n \cdot 360°,$$

n kokonaisluku



lyhyemmin:

$$\alpha = \pm\alpha_0 + n \cdot 360°$$

$n \in \mathbb{Z}$

Esimerkki: Ratkaise yhtälö cos $\alpha = 0,12$ asteen tarkkuudella.

Eräs ratkaisu on $\alpha \approx \cos^{-1} 0,11 \approx 83,11° \approx 83°$

Kaikki ratkaisut:

$$\alpha = \pm 83° + n \cdot 360°$$

$n \in \mathbb{Z}$

Tarkista sijoittamalla alkuperäiseen yhtälöön muutamilla eri arvoilla!

Esim. (n = 3):
$\cos(-83° + 3 \cdot 360°) \approx 0,12$

Yhtälön $\sin \alpha = a$ ratkaisu

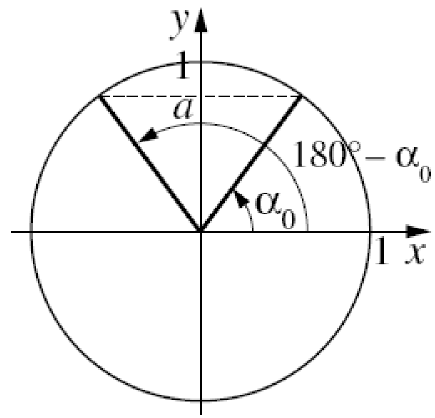
Jos α_0 on yksi kulma,
joka toteuttaa yhtälön,
niin yhtälön ratkaisu on

$$\alpha = \alpha_0 + n \cdot 360°$$

tai

$$\alpha = 180° - \alpha_0 + n \cdot 360°,$$

n kokonaisluku



Esim. t. 50 s. 34

$$\sin 3\alpha = \sin \alpha$$

(Eräs ratkaisu $3\alpha = \alpha$)

Muista jakaa myös jakso!

$$3\alpha = \alpha + n \cdot 360°$$

$$2\alpha = n \cdot 360°$$

$$\underline{\underline{\alpha = n \cdot 180°}} \quad n \in \mathbb{Z}$$

tai

$$3\alpha = 180° - \alpha + n \cdot 360°$$

$$4\alpha = 180° + n \cdot 360°$$

$$\underline{\underline{\alpha = 45° + n \cdot 90°}} \quad n \in \mathbb{Z}$$

Muista tarkistus! Mieti myös (yksikköympyrän avulla), voiko ratkaisuja yhdistää samaan lausekkeeseen.