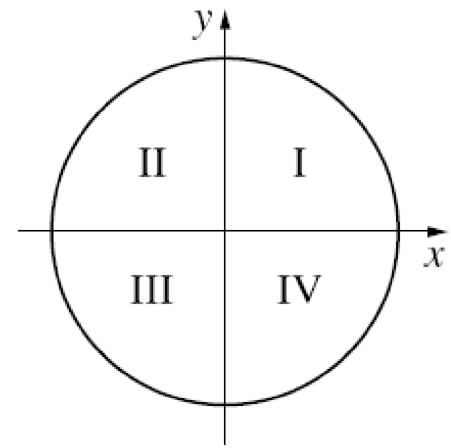
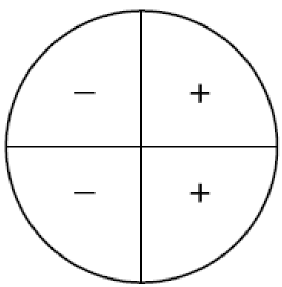
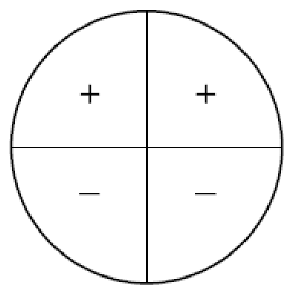
Sinin ja kosinin ominaisuuksia

- Yksikköympyrä jaetaan neljänneksiin
- Sinin ja kosinin merkit neljänneksissä saadaan määritelmän perusteella yksikköympyrästä





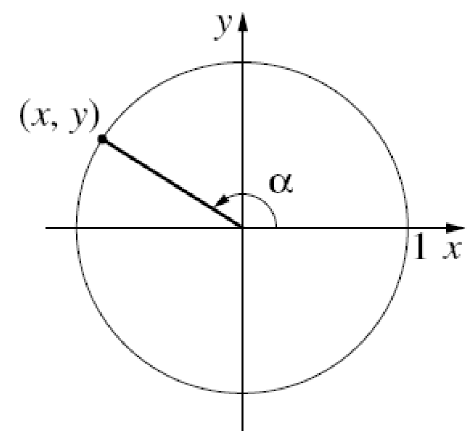
cos α



sin α

- Yksikköympyrän kehäpisteille (*x, y*) pätee Pythagoraan lauseen mukaisesti ehto

$$x^2 + y^2 = 1^2 \quad \Leftrightarrow \quad (\cos\alpha)^2 + (\sin\alpha)^2 = 1$$



- Siis jokaiselle kulmalle α pätee

$$\boxed{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1}$$

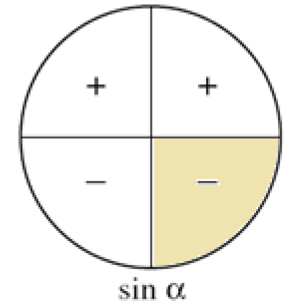
lyhennysmerkintä:

$(\sin\alpha)^2 = \sin^2\alpha$

$(\cos\alpha)^2 = \cos^2\alpha$

- t. 24 a), s. 23

$$\cos\alpha = \frac{9}{41}, \quad 270° < \alpha < 360°$$



Pythagoras:

$$\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha \quad \Big| \sqrt{}$$

$$|\sin\alpha| = \sqrt{1-\cos^2\alpha} \quad \Rightarrow \quad \sin\alpha = \pm\sqrt{1-\left(\frac{9}{41}\right)^2} = \pm\frac{40}{41}$$

Koska kulma on 4. neljänneksessä, niin sinin etumerkki on -

$$\underline{\underline{\sin\alpha = -\frac{40}{41}}}$$

- Sinin ja kosinin arvojoukko

$$\boxed{\begin{array}{l} -1 \le \sin\alpha \le 1 \\ -1 \le \cos\alpha \le 1 \end{array}}$$

Perustelu:
Yksikköympyrän kehäpisteiden koordinaatit ovat aina välillä [-1,1]

- Esim. t. 23, s. 23

$$3 + \sin\alpha = a \quad\quad \Rightarrow \quad -1 \le a - 3 \le 1 \quad \Big| +3$$

$$\sin\alpha = a - 3 \quad\quad \Leftrightarrow \quad \underline{\underline{2 \le a \le 4}}$$