

Aritmeettinen summa

Aritmeettisten jonon peräkkäisten jäsenten summaa kutsutaan aritmeettiseksi summaksi:

$$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1} + a_n$$

Muodostetaan summan laskukaava (alkuperäisen ja käänteisen järjestyksen summan avulla):

$$\begin{array}{r} S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1} + a_n \\ + S_n = a_n + a_{n-1} + \dots + a_2 + a_1 \\ \hline \end{array}$$

$$2S_n = (a_1 + a_n) + (a_2 + a_{n-1}) + \dots + (a_{n-1} + a_2) + (a_n + a_1)$$

$$2S_n = (a_1 + a_n) + (a_1 + a_n) + \dots + (a_1 + a_n) + (a_1 + a_n) = n(a_1 + a_n)$$

Perustelu: Jokaisen sulkeissa olevan summan arvo on $a_1 + a_n$:

$$a_2 + a_{n-1} = a_1 + d + a_n - d = a_1 + a_n$$

$$a_3 + a_{n-2} = a_2 + d + a_{n-1} - d = a_2 + a_{n-1} \quad \text{jne.}$$

Siis aritmeettisen summan arvo on ensimmäisen ja viimeisen termin keskiarvo kerrottuna termien lukumäärällä:

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$