Aritmeettinen jono

- jono, jonka jäsenen ja edellisen jäsenen erotus on aina sama.

$$\begin{array}{cccccccccc} & +4 & & +4 & & +4 & & +4 & & +4 \\ \mathbf{6,} & & \mathbf{10,} & & \mathbf{14,} & & \mathbf{18,} & & \mathbf{22,} & \mathbf{\ldots} \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccccc} & -3 & & -3 & & -3 & & -3 & & -3 \\ \mathbf{7,} & & \mathbf{4,} & & 1, & & \mathbf{-2,} & & \mathbf{-5,} & \mathbf{\ldots} \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccc} & +d & & +d & & +d & & +d \\ a_1, & & a_2, & & a_3, & & a_4, & \ldots \end{array}$$

Jonon aritmeettisuusehto

Jono on aritmeettinen jono, jos ja vain jos on olemassa luku d niin, että

$$\boxed{a_{n+1} - a_n = d}$$

kaikilla n.

Aritmeettisen jonon n. jäsenen kaava

$$\boxed{a_n = a_1 + (n-1)d}$$

Geometrinen jono

- jono, jonka jokaisen jäsenen suhde edelliseen jäseneen on yhtä suuri.

$$\overset{\cdot 2}{}\quad \overset{\cdot 2}{}\quad \overset{\cdot 2}{}\quad \overset{\cdot 2}{}\quad \overset{\cdot 2}{}$$

3, 6, 12, 24, 48, …

$$\cdot(-3)\quad \cdot(-3)\quad \cdot(-3)\quad \cdot(-3)$$

7, –21, 63, –189, …

$$\cdot q\quad \cdot q\quad \cdot q\quad \cdot q$$

$a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4,\ \ldots$

Jonon geometrisuusehto

Jono on geometrinen jono, jos ja vain jos on olemassa luku q niin, että

$$\boxed{\frac{a_{n+1}}{a_n} = q}$$

kaikilla n.

Geometrisen jonon n. jäsenen kaava

$$\boxed{a_n = q^{n-1}a_1}$$

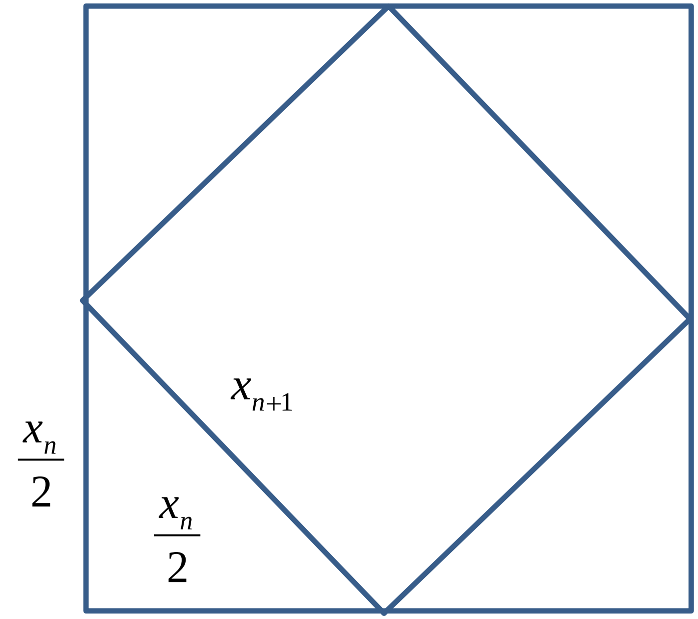
t. 255, s. 107 a)

Peräkkäisten neliöiden pinta-alojen suhde on $\frac{1}{2}$

Pinta-alat muodostavat geometrisen jonon

$$A, \frac{1}{2}A, \left(\frac{1}{2}\right)^2 A, \ldots, \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} A, \ldots$$

n:s termi a_n



$$\left(\frac{x_n}{2}\right)^2 + \left(\frac{x_n}{2}\right)^2 = x_{n+1}^2$$

$$\frac{x_n^2}{4} + \frac{x_n^2}{4} = \frac{x_n^2}{2} = \frac{A_n}{2} = A_{n+1}$$

$$\frac{A_{n+1}}{A_n} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{a_n}{a_1} = \frac{\frac{A}{2^{n-1}}}{A} = \frac{1}{2^{n-1}} < \frac{1}{10^6} \quad \Big| \; ()^{-1}$$

(Vähenevä funktio, järjestys vaihtuu)

$$2^{n-1} > 10^6 \quad \Big| \; \log$$

(Kasvava funktio, järjestys säilyy)

$$(n-1)\log 2 > 6$$

$$n > \frac{6}{\log 2} + 1 \approx 20{,}9$$

<u>V: 21. neliö</u>

t. 255, s. 107 b)

Peräkkäisten kolmioiden pinta-alojen suhde on $\frac{1}{4}$

Pinta-alat muodostavat geometrisen jonon

$$A, \frac{1}{4}A, \left(\frac{1}{4}\right)^2 A, \ldots, \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} A, \ldots$$

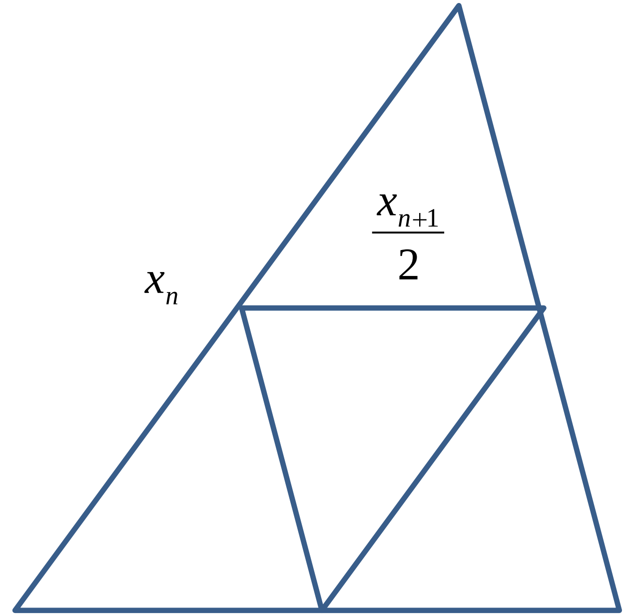
n:s termi a_n

$$\frac{a_n}{a_1} = \frac{\frac{A}{4^{n-1}}}{A} = \frac{1}{4^{n-1}} < \frac{1}{10^6} \quad \Big| \; ()^{-1}$$

$$4^{n-1} > 10^6 \quad \Big| \; \log$$

$$(n-1)\log 4 > 6$$

$$n > \frac{6}{\log 4} + 1 \approx 10{,}97$$



Kolmiot ovat yhdenmuotoisia (kk)

Vastinsivujen suhde (mittakaava) 1 : 2

Pinta-alojen suhde (mittakaavan neliö) 1 : 4

$$\frac{A_{n+1}}{A_n} = \frac{1}{4}$$

<u>V: 11. kolmio</u>