

MAA8 (Juuri- ja logaritmifunktiot)

Välitesti 4 - Ratkaisut ja pisteytysohjeet

Tarkista ja pisteytä vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisuoheen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta.

Mieti sitten, oletko valmis jatkamaan eteenpäin vai pitäisikö vielä kerrata!

Välitestin maksimipistemäärä on 12.

1. Ratkaise ilman laskinta. (4 p)

a) $\log_4 16$

b) $\log_3 \frac{1}{9}$

c) $\log_8 2 + \log_8 32$

d) $\log_6 x = -1$

Ratkaisu.

a) $\log_4 16 = 2$ (sillä $4^2 = 16$) (1 p)

b) $\log_3 \frac{1}{9} = -2$ (sillä $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$) (1 p)

c) $\log_8 2 + \log_8 32 = \log_8 2 \cdot 32 = \log_8 64 = 2$ (1 p)

d) $\log_6 x = -1 \Leftrightarrow x = 6^{-1} = \frac{1}{6}$ (1 p)

2. Ratkaise yhtälö $2 \ln x = \ln(2x + 1)$. (4 p)

Ratkaisu.

Yhtälön vasen puoli on määritelty, kun $x > 0$. Yhtälön oikea puoli on määritelty, kun $2x + 1 > 0$ eli $x > -\frac{1}{2}$. Molemmat määrittelyehdot ovat voimassa, kun $x > 0$. (1 p)

$$2 \ln x = \ln(2x + 1)$$

$$\ln x^2 = \ln(2x + 1) \quad | e^{(\cdot)}$$
 (1 p)

$$x^2 = 2x + 1$$

$$x^2 - 2x - 1 = 0$$

Toisen asteen yhtälön ratkaisukaavalla:

$$x = 1 + \sqrt{2} \text{ tai } x = 1 - \sqrt{2} \quad (1 p)$$

Luku $1 - \sqrt{2}$ on negatiivinen, eikä toteuta määrittelyehtoa.

V: $x = 1 + \sqrt{2}$ (1 p)

3. Laske ilman laskinta funktion $f(x) = \ln(x^2 + 2)$ derivaatan nollakohdat. (4 p)

Ratkaisu.

Funktio on määritelty, kun $x^2 + 2 > 0$, mikä on aina tosi. Funktio on määritelty kaikilla reaaliluvuilla. (1 p)

$$f'(x) = \frac{1}{x^2 + 2} \cdot D(x^2 + 2) \quad (1 \text{ p})$$

$$= \frac{2x}{x^2 + 2} \quad (1 \text{ p})$$

$$f'(x) = 0$$

$$\frac{2x}{x^2 + 2} = 0$$

$$2x = 0$$

$$x = 0$$

$$V: x = 0 \quad (1 \text{ p})$$