

MAA8 (Juuri- ja logaritmifunktiot)

Välitesti 3 - Ratkaisut ja pisteytysohjeet

Tarkista ja pisteytä vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisuohteen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta.

Mieti sitten, oletko valmis jatkamaan eteenpäin vai pitäisikö vielä kerrata!

Välitestin maksimipistemäärä on 12.

1. Kallen palkka kasvoi kahdessa vuodessa 100 eurosta 200 euroon. (6 p)

- Mikä oli palkan vuotuinen kasvuprosentti, kun palkka kasvoi vuosittain yhtä monta prosenttia?
- Muodosta funktio, joka ilmoittaa palkan x vuoden kuluttua, kun palkkakehitys jatkuu prosentuaalisesti samanlaisena. Selvitä funktion kuvaajan avulla, kuinka monen vuoden kuluttua nykyinen 200 euron palkka on kasvanut yli 5000 euron palkaksi?

Ratkaisu.

- a) Olkoon vuotuinen kasvuprosenttikerroin k (1 p)

$$100 \cdot k^2 = 200 \quad | : 100$$

(1 p)

$$k^2 = 2$$

$$k = \pm\sqrt{2} \text{ (vain positiivinen käy!)}$$

$$k = 1,4142 \dots$$

V: vuotuinen kasvuprosentti oli noin 41,4 %

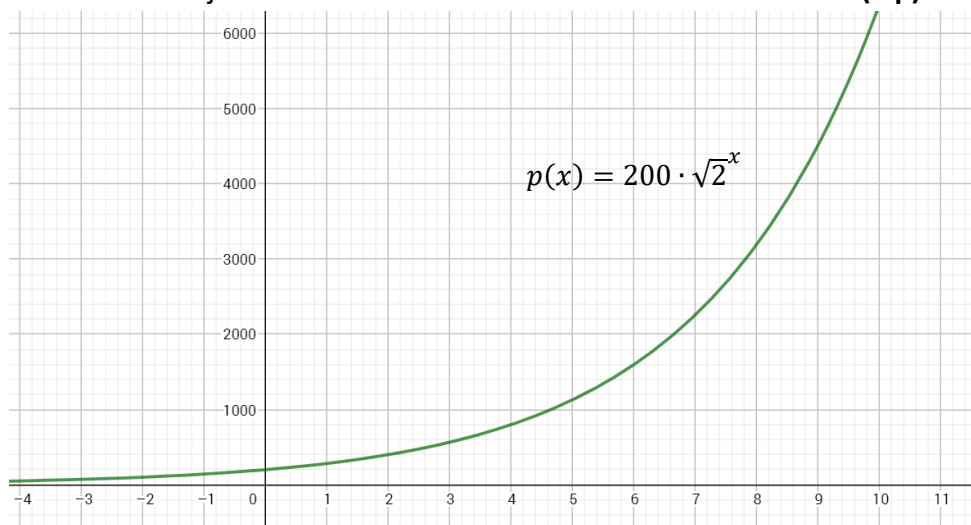
(1 p)

- b) Palkkakehitys on sama kuin a-kohdassa eli $k = \sqrt{2} = 1,4142 \dots$

Palkka x vuoden kuluttua saadaan funktiolla $p(x) = 200 \cdot \sqrt{2}^x$ (tai $p(x) = 200 \cdot 1,4142 \dots^x$). (1 p)

Funktion kuvaaja:

(1 p)



Funktion kuvaajan perusteella palkka on yli 5000 euroa reilussa 9 vuodessa, joten kokonaisia vuosia menee 10. (1 p)

2. Laske ilman laskinta funktion derivaatan nollakohdat. (6 p)

a) $g(x) = 2e^x - 2x$

b) $f(x) = e^{x^2-6x}$

Ratkaisu.

a) $g'(x) = 2e^x - 2$ **(2 p)**

$$g'(x) = 0$$

$$2e^x - 2 = 0$$

$$2e^x = 2 \quad |:2$$

$$e^x = 1$$

$$x = 0$$
 (1 p)

b) $f'(x) = e^{x^2-6x} \cdot D(x^2 - 6x) = (2x - 6)e^{x^2-6x}$ **(2 p)**

$$f'(x) = 0$$

$$(2x - 6) \underbrace{e^{x^2-6x}}_{>0} = 0$$

$$2x - 6 = 0$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$
 (1 p)