

MAA8 (Juuri- ja logaritmifunktiot)

Välitesti 2 - Ratkaisut ja pisteytysohjeet

Tarkista ja pisteytä vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisuohteen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta.

Mieti sitten, oletko valmis jatkamaan eteenpäin vai pitäisikö vielä kerrata!

Välitestin maksimipistemäärä on 12.

1. Mikä on funktion määrittelyjoukko? (2 p)

a) $\sqrt{2x - 4}$

b) $\frac{\sqrt{x-1}}{x-1}$

Ratkaisu.

a) Juurettava ei saa olla negatiivinen.

$$2x - 4 \geq 0 \Leftrightarrow 2x \geq 4 \Leftrightarrow x \geq 2$$

$$V: x \geq 2$$

(1 p)

b) Juurettava ei saa olla negatiivinen ja jakajana ei voi olla nolla.

$$x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1 \text{ ja } x \neq 0 \text{ eli } x > 1.$$

$$V: x > 1$$

(1 p)

2. Ratkaise ilman laskinta yhtälö $\sqrt{3-x} - x - 3 = 0$. (5 p)

Ratkaisu.

$$\text{Muokataan yhtälö muotoon } \sqrt{3-x} = x + 3$$

Määrittelyehto:

$$3 - x \geq 0$$

$$-x \geq -3 \quad | : (-1) < 0$$

$$x \leq 3$$

(1 p)

Yhtälön molemmat puolet voi korottaa toiseen potenssiin, jos oikea puolikin on positiivinen.

Neliöönkorotusehto:

$$x + 3 \geq 0$$

$$x \geq -3$$

(1 p)

$$\sqrt{3-x} = x + 3$$

$$(\sqrt{3-x})^2 = (x+3)^2$$

$$3-x = x^2 + 6x + 9$$

$$x^2 + 7x + 6 = 0$$

(1 p)

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1} = \frac{-7 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-7 \pm 5}{2}$$

$$x = -1 \text{ tai } x = -6$$

(1 p)

Vain $x = -1$ toteuttaa sekä määrittelyehdon, että neliöönkorotusehdon.

$$V: x = -1$$

(1 p)

3. Derivoi funktiot ilman laskinta ja anna vastaus juurimuodossa. (2+3 p)

a) $f(x) = x^{\frac{7}{6}}$

b) $g(x) = \sqrt[3]{x^2 + 3}$

Ratkaisu.

a) $f'(x) = \frac{7}{6}x^{\frac{7}{6}-1} = \frac{7}{6}x^{\frac{1}{6}}$

(1 p)

$$= \frac{7}{6}\sqrt[6]{x}$$

(1 p)

b) $g(x) = (x^2 + 3)^{\frac{1}{3}}$

(1 p)

$$g'(x) = \frac{1}{3} \cdot (x^2 + 3)^{\frac{1}{3}-1} \cdot 2x$$

$$= \frac{1}{3}(x^2 + 3)^{-\frac{2}{3}} \cdot 2x$$

(1 p)

$$= \frac{2x}{3\sqrt[3]{(x^2 + 3)^2}}$$

(1 p)