Murtopotenssi

- Juurilla ja murtopotensseilla on yhteys:

  Kun $a > 0$ ja $n = 2, 3, 4, \ldots$, niin

  $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}.$
- Esimerkiksi $5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$ ja $8^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8} = 2.$
- Yleinen murtopotenssi:

  Olkoon $a > 0$, m kokonaisluku ja $n = 2, 3, 4, \ldots$

  Tällöin $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m.$

Murtopotenssi

- Esimerkki. Esitä murtopotenssina/juurimerkintänä tai sievennä, jos mahdollista.

a) $9^{\frac{3}{2}}$

$= \sqrt[2]{9^3} = \left(\sqrt{9}\right)^3 = 3^3 = 27$

b) $x \cdot \sqrt[3]{x^4}$

$= x \cdot x^{\frac{4}{3}} = x^{\frac{7}{3}}, x > 0$

Murtopotenssi

c) $x^{\frac{5}{6}}$

$= \sqrt[6]{x^5}$

d) $\sqrt[6]{8}$

$= \sqrt[6]{2^3} = 2^{\frac{3}{6}} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$

e) $\sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{9}$

$= \sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{3^2} = 3^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{2}{4}} = 3^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}} = 3^1 = 3$

Murtopotenssi

- Huomautus. Jos ehto $a > 0$ jätettäisiin pois, määritelmä johtaisi ongelmiin.
  - Onko $(-8)^{\frac{2}{6}} = (-8)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{(-8)^1} = \sqrt[3]{(-8)} = -2$

    vai $(-8)^{\frac{2}{6}} = \sqrt[6]{(-8)^2} = \sqrt[6]{64} = 2$?
  - Potenssilla $0^{-\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{0^{-1}}$ ei ole arvoa, koska 0^{-1} on määrittelemätön.
- Kaikki luvussa 1.1. esitellyt potenssin laskusäännöt pätevät myös murtopotensseille!