

# Logaritmifunktio ja -yhtälö

- [Tutkitaan](#) logaritmifunktion ja eksponenttifunktion kuvaajien välistä yhteyttä.

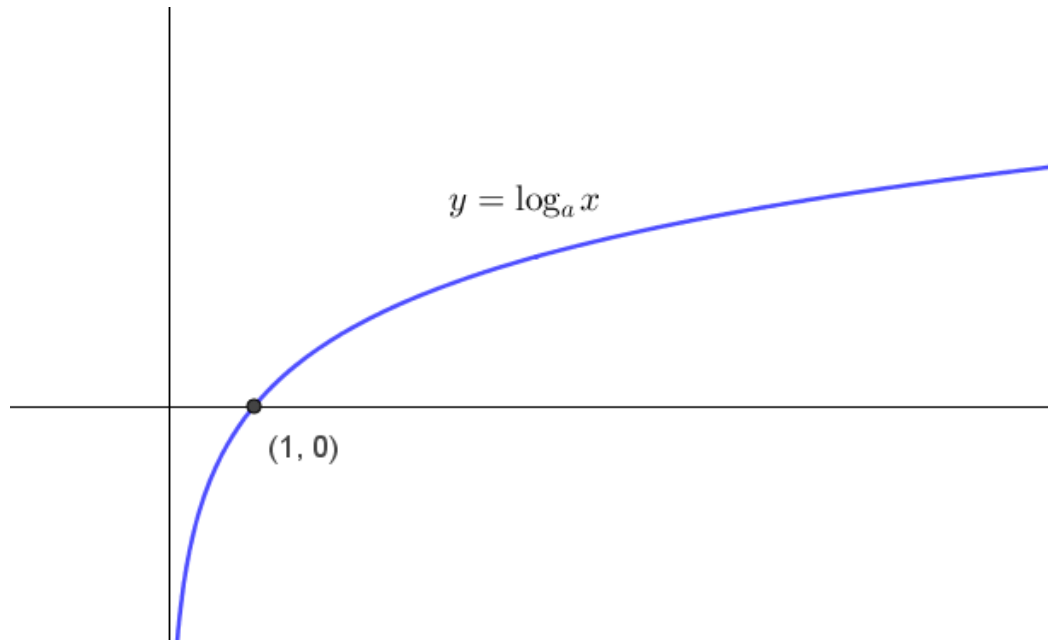
- **Lause.**

Logaritmifunktio  $\log_a x$  on määritelty, kun  $x > 0$ , ja sen arvojoukko on  $\mathbb{R}$ .

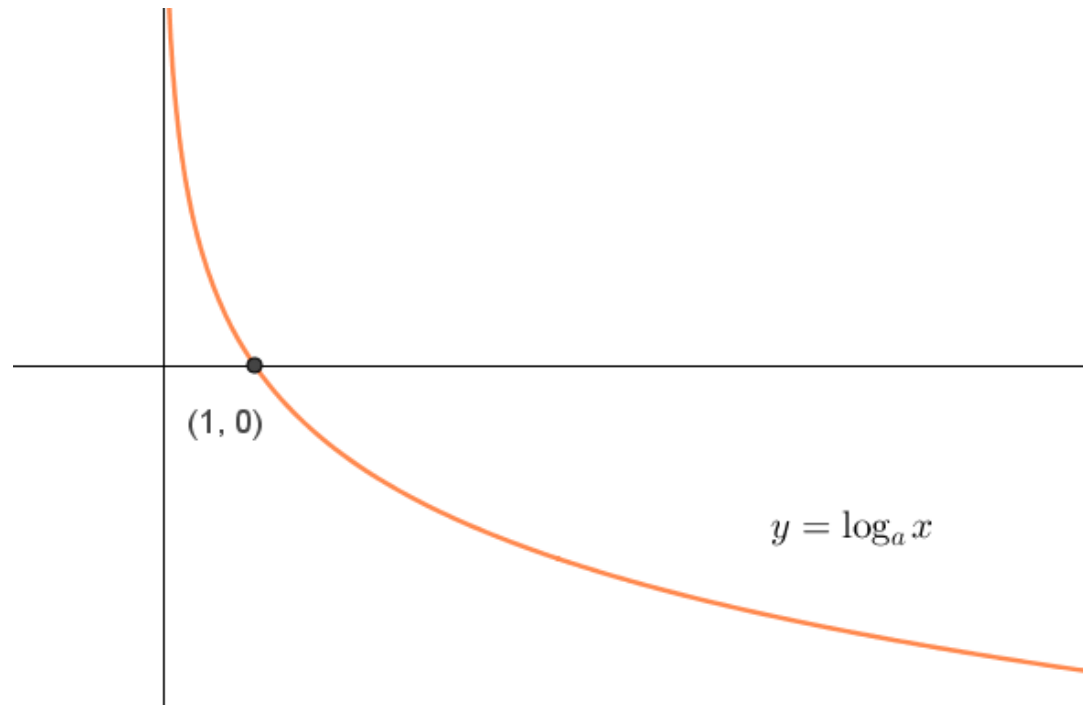
Logaritmifunktio on jatkuva ja

- kasvava, kun  $a > 1$
- vähenevä, kun  $0 < a < 1$ .

# Logaritmifunktio ja -yhtälö



Kun  $a > 1$ ,  
funktio  $f(x) = \log_a x$  on kasvava.  
Funktion  $f$  ainoa nollakohta on  $x = 1$ .



Kun  $0 < a < 1$ ,  
funktio  $f(x) = \log_a x$  on vähenevä.  
Funktion  $f$  ainoa nollakohta on  $x = 1$ .

# Logaritmifunktio ja -yhtälö

- Huom! 10-kantaista logaritmia merkitään  $\lg x = \log_{10} x$  (Briggsin logaritmi) ja kaksikantaista logaritmia merkitään  $\lg x = \log_2 x$  (binäärilogaritmi).
- Logaritmin laskusääntöjä kannattaa hyödyntää tehtävissä.

# Esimerkki

Ratkaise yhtälö  $\ln(6 + x) = 2 \ln x$ .

## **Ratkaisu.**

Vasen puoli on määritelty, kun  $6 + x > 0$  eli  $x > -6$  ja oikea puoli on määritelty, kun  $x > 0$ . Yhtälö on siis määritelty, kun  $x > 0$ .

$$\ln(6 + x) = 2 \ln x$$

$$\ln(6 + x) = \ln x^2$$

$$6 + x = x^2$$

$$-x^2 + x + 6 = 0$$

Toisen asteen yhtälön ratkaisukaavalla:  $x = 3$  tai  $x = -2$ .

Vain ratkaisu  $x = 3$  toteuttaa määrittelyehdon.

V:  $x = 3$