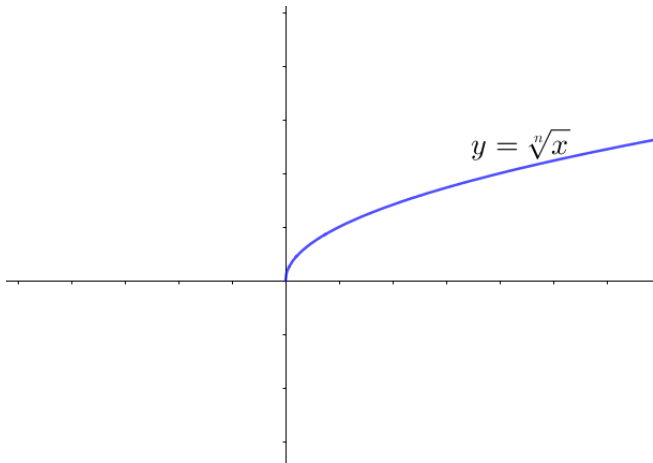


# Juurifunktio- ja yhtälö

- Tutustutaan juurifunktioon [appletin](#) avulla.
- Funktiot  $f(x) = \sqrt[n]{x}$ , jossa  $n = 2, 3, 4, \dots$  ovat juurifunktioita.

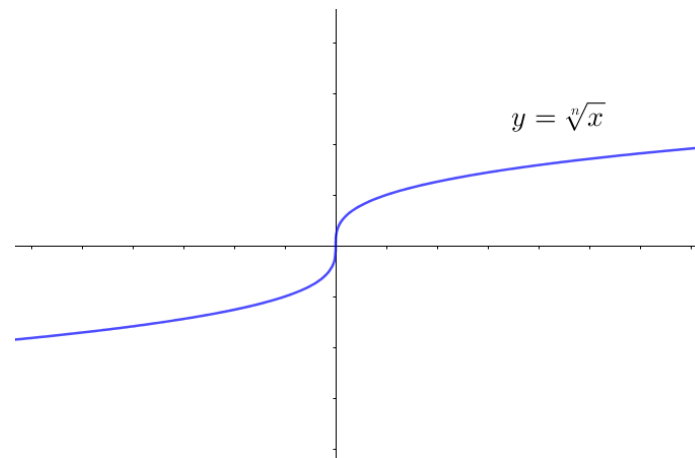
## Parillinen juurifunktio



Funktio on määritelty, kun  $x \geq 0$ .

Funktio on jatkuva ja kasvava ja saa kaikki positiiviset arvot ja arvon nolla.

## Pariton juurifunktio



Funktio on määritelty kaikilla reaaliluvuilla.

Funktio on jatkuva ja kasvava ja saa kaikki reaalilukuarvot.

# Juurifunktio- ja yhtälö

Lause

a) Jos  $n$  on parillinen ja  $a \geq 0, b \geq 0$ , niin

$$a = b \text{ jos ja vain jos } a^n = b^n.$$

b) Jos  $n$  on pariton, niin

$$a = b \text{ jos ja vain jos } a^n = b^n.$$

Seuraus: Juuret voidaan hävittää korottamalla yhtälön molemmat puolet samaan potenssiin.

# Esimerkki 1

Ratkaise yhtälö  $\sqrt{x - 1} = x - 3$ .

## **Ratkaisu.**

Neliöjuurta ei ole määritelty, kun juurettava on negatiivinen. Täten täytyy olla  $x - 1 \geq 0$  eli  $x \geq 1$ .

Jotta yhtälö voi toteutua, myös oikean puolen täytyy olla ei-negatiivinen. Eli täytyy olla  $x - 3 \geq 0$  eli  $x \geq 3$ .

Molemmat ehdot toteutuvat, kun  $x \geq 3$ .

Kun  $x \geq 3$ , yhtälön molemmat puolet ovat määriteltyjä ja ei-negatiivisia. Yhtälö voidaan korottaa puolittain neliöön.

$$\sqrt{x-1} = x-3$$

$$(\sqrt{x-1})^2 = (x-3)^2$$

$$x-1 = x^2 - 6x + 9$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

Toisen asteen yhtälön ratkaisukaavalla saadaan

$$x = 2 \text{ tai } x = 5.$$

Luvuista ainoastaan  $x = 5$  toteuttaa ehdon  $x \geq 3$ .

Yhtälön ratkaisu on  $x = 5$ .

## Esimerkki 2

Ratkaise yhtälö  $\sqrt[3]{2x^3 + 24} = -x$ .

**Ratkaisu.** Kuutiojuurilauseke on määritelty kaikilla  $x$ :n arvoilla. Yhtälö voidaan korottaa puolittain kolmanteen potenssiin.

$$\left(\sqrt[3]{2x^3 + 24}\right)^3 = (-x)^3$$

$$2x^3 + 24 = -x^3$$

$$3x^3 = -24 \quad |:3$$

$$x^3 = -8$$

$$x = \sqrt[3]{-8}$$

$$x = -2$$

Yhtälön ratkaisu on  $x = -2$ .