

t. 94

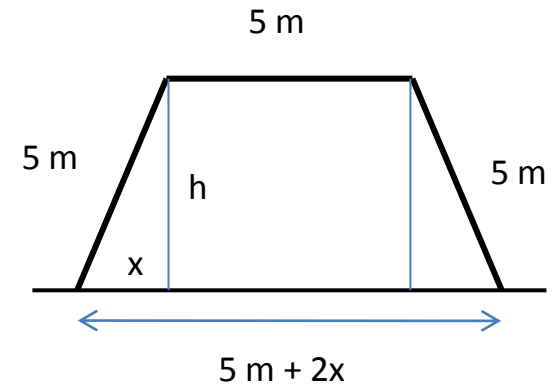
- Muodostetaan päädyn pinta-alan lauseke
 - Muuttujakirjainten yksikkö m
- Puolisuunnikkaan pinta-ala on kantojen keskiarvo kerrottuna korkeudella
- Pinta-alafunktio on siis muotoa

$$A(x) = \frac{5 + 5 + 2x}{2} \sqrt{25 - x^2} = (5 + x) \sqrt{25 - x^2}$$

- Määrittelyehto on $0 \leq x \leq 5$
(kuvion perusteella)
- Siirretään $(5 + x)$ juuren sisään (s. 55):

$$A(x) = \sqrt{(5 + x)^2 (25 - x^2)}$$

- Juurifunktio saa suurimman arvon silloin, kun juurrettavan arvo on suurin (s. 53)



Pythagoraan lauseella saadaan korkeuden lauseke:

$$h = \sqrt{5^2 - x^2} = \sqrt{25 - x^2}$$

- Riittää siis tutkia funktion $f(x) = (5+x)^2(25-x^2)$ suurinta arvoa suljetulla välillä $[0,5]$
- *Suljetulla välillä (polynomifunktiona) derivoituvan funktion f suurin arvo on joko välin päätepisteissä tai derivaatan nollakohdissa tällä välillä*
- Derivoidaan (tulon derivoimiskaavalla) ja ratkaistaan derivaatan nollakohdat:

$$f'(x) = (5+x)^2 D(25-x^2) + (25-x^2) D(5+x)^2$$

$$f'(x) = (5+x)^2 \cdot (-2x) + (25-x^2) \cdot 2(5+x) \cdot 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow -2x(5+x)^2 + 2(5-x)(5+x)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (5+x)^2(-2x+2(5-x)) = 0$$

$$\Leftrightarrow (5+x)^2(10-4x) = 0$$

$$\begin{aligned} 25-x^2 &= 5^2-x^2 \\ &= (5-x)(5+x) \end{aligned}$$

Otetaan yhteinen tekijä

Sievennyksen voi tarkistaa piirtämällä sekä alkuperäisen, että sievennetyn lausekkeen kuvaajat laskimeen!

Tulon nollasäännön perusteella:

$$\Leftrightarrow 5 + x = 0$$

$$x = -5 \text{ (ei käy)}$$

tai

$$10 + 4x = 0$$

$$x = 2,5$$

Lasketaan pinta-alat erityispisteissä:

$$A(0) = (5 + 0)\sqrt{25 - 0^2} = 25 \text{ (m}^2\text{)}$$

$$A(5) = (5 + 5)\sqrt{25 - 5^2} = 0$$

$$A(2,5) = (5 + 2,5)\sqrt{25 - 2,5^2} \approx 32,5 \text{ (m}^2\text{)}$$

Siis päädyn pinta-ala (ja vajan tilavuus) on suurin, kun vajan leveys maan tasalla on $5 \text{ m} + 2 \cdot 2,5 \text{ m} = 10 \text{ m}$.