

t. 47

- Ratkaistaan leikkauspiste yhtälöparista

$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = \frac{1}{\sqrt{x}}, \text{ määrittelyehto } x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{\sqrt{x}} \quad | \cdot \sqrt{x} \quad (\text{neliöönkorotusehto } x > 0)$$

$$x^4 = \frac{1}{x} \quad | \cdot x \quad (x \neq 0)$$

$$x^5 = 1 \quad | \sqrt[5]{} \quad \Leftrightarrow \quad x = 1 \quad \Rightarrow \quad y = 1$$

- Käyrät leikkaavat kohtisuorasti pisteessä (1,1), jos tähän kohtaan piirrettyjen käyrien tangenttien kulmakertoimien tulo on -1
- Tangenttien kulmakertoimet saadaan derivoimalla:

$$Dx^2 = 2x, \quad \text{joten kohdassa } x = 1 \text{ kulmakerroin } k_1 = 2 \cdot 1 = 2$$

$$D \frac{1}{\sqrt{x}} = Dx^{-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2} x^{-\frac{3}{2}} \left(= -\frac{1}{2\sqrt{x^3}} \right),$$

joten kohdassa $x = 1$ kulmakerroin $k_2 = -\frac{1}{2} \cdot 1^{-\frac{3}{2}} = -\frac{1}{2}$

Siis $k_1 k_2 = 2 \cdot -1/2 = -1$ eli käyrät leikkaavat kohtisuorasti.

