

t. 44

- Tutkitaan ääriarvoja derivaatan avulla
 - Esitetään funktio murtopotenssimuodossa

$$f(x) = \frac{x+2}{\sqrt{x}} = \frac{x}{\sqrt{x}} + \frac{2}{\sqrt{x}} = \sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} = x^{\frac{1}{2}} + 2x^{-\frac{1}{2}} \quad \text{määrittelyehto } x > 0$$

$$f'(x) = Dx^{\frac{1}{2}} + 2Dx^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} + 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)x^{-\frac{3}{2}}$$

- Ratkaistaan derivaatan nollakohdat

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x^3}} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x^3}}$$

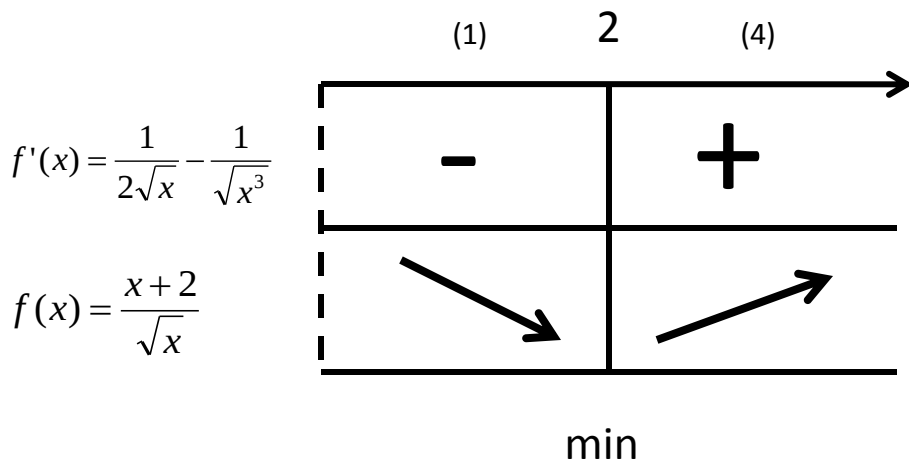
$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x} = \sqrt{x^3} \quad |()^2 \quad (\text{neliöönkorotusehto } x > 0)$$

$$4x = x^3 \quad | : x \quad (x \neq 0)$$

$$x^2 = 4 \quad | \sqrt{} \quad \Leftrightarrow \quad x = \pm 2$$

Ehdot toteuttava ratkaisu $x = 2$

Tehdään kulkukaavio



Lasketaan merkit:

$x = 1:$

$$f'(1) = \frac{1}{2\sqrt{1}} - \frac{1}{\sqrt{1^3}} = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2} < 0$$

$x = 4:$

$$f'(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} - \frac{1}{\sqrt{4^3}} = \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{1}{8} > 0$$

Kulkukaavion perusteella funktio f saa pienimmän arvonsa, kun $x = 2$.

$$f(2) = \frac{2+2}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = \left(\frac{2\sqrt{2}\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \right) = 2\sqrt{2}$$

Vastaus: Pienin arvo on $2\sqrt{2}$

Tarkista esim. piirtämällä kuvaaja laskimeen!

