

t. 319

- a) Koska parilliset potenssit ovat aina epänegatiivisia, niin funktion f derivaatta $f'(x) = 5x^4 + 3x^2 \geq 0$ kaikilla x :n (reaaliluku)arvoilla ja $f'(x) = 0$ vain yksittäisessä kohdassa $x = 0$.

Funktio f on siis aidosti kasvava kaikkialla, joten sillä on käänteisfunktio f^{-1} .

Käänteisfunktion määrittelyjoukko on $\mathbb{R}$, koska f :n arvojoukko on $\mathbb{R}$ (paritonta astetta oleva polynomi).

- b) Koska $f^{-1}(a) = 0$, kun $f(0) = a$, nollakohta on $f(0) = 3$.

- c) Käänteisfunktion arvo $f^{-1}(1)$ on yhtälön $f(x) = x^5 + x^3 + 3 = 1$ ratkaisu.

Kokeilemalla tai kuvaajaa tutkimalla (5. asteen yhtälöllä ei ole yleistä ratkaisukaavaa), huomataan että $f(-1) = 1$. Siis $f^{-1}(1) = -1$.

Vastaavasti helposti huomataan, että $f(1) = 5$ eli $f^{-1}(5) = 1$.

- d) Arvo $f^{-1}(4)$ on yhtälön $f(x) = x^5 + x^3 + 3 = 4 \Leftrightarrow x^5 + x^3 - 1 = 0$ ratkaisu.

Merkitään $g(x) = x^5 + x^3 - 1$

Haarukoimalla saadaan lopulta:

$$g(0,84) \approx 0,011 > 0$$

$$g(0,835) \approx -0,012 < 0$$

$$\text{Siis } \underline{f^{-1}(4) \approx 0,84}$$