

Neperin luku e

- Neperin luku $e \approx 2,718281828459\dots$ on irrationaaliluku (päättymätön jaksoton desimaaliluku), jolla on merkittäviä matemaattisia ominaisuuksia.
- Muutamia määritelmiä/ominaisuuksia:

$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

$$\text{Esim. } \left(1 + \frac{1}{10000}\right)^{10000} \approx 2,718$$

$$e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} = \frac{1}{0!} + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \frac{1}{5!} \dots = 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{24} + \frac{1}{120} + \frac{1}{720} + \dots$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^h - 1}{h} = 1$$

- Jälkimmäisen ominaisuuden vuoksi (s. 89) eksponenttifunktio e^x on erityinen. Sen derivaatta on funktio itse.

$$\boxed{De^x = e^x}$$

Luonnollinen logaritmi

- Luvun a e -kantaista logaritmia $\log_e a$ kutsutaan luvun a *luonnolliseksi logaritmiksi*.
- Merkitään $\log_e a = \ln a$ (myös laskimessa $\ln$)
- Esimerkki (Yo-koe K011/2 c):
Sievennä $e^{5\ln 2 - \ln 8}$ välivaiheet esittäen.
- Ratkaisu:

$$\begin{aligned} e^{5\ln 2 - \ln 8} &= e^{5\ln 2 - \ln 2^3} \\ &= e^{5\ln 2 - 3\ln 2} \\ &= e^{2\ln 2} \\ &= e^{\ln 2^2} = e^{\ln 4} = 4 \end{aligned}$$

(tarkistus laskimella)