

# Logaritmikaavat

- Logaritmin määritelmän ja potenssien laskusääntöjen avulla voidaan todistaa (s. 74 – 76) seuraavat logaritmikaavat.

- Potenssin logaritmikaava

$$\log_k a^s = s \log_k a \quad a > 0$$

- Huomautus:

- Jos  $s$  on *parillinen* kokonaisluku, niin logaritmi voidaan määritellä myös kaikilla reaaliluvuilla  $a \neq 0$ . Tällöin  $\log_k a^s = s \log_k |a|$ , esim.  $\lg x^2 = 2 \lg |x|$ ,  $x \neq 0$

- Tulon logaritmikaava

$$\log_k ab = \log_k a + \log_k b \quad a > 0, \quad b > 0$$

- Osamäärän logaritmikaava

$$\log_k \frac{a}{b} = \log_k a - \log_k b \quad a > 0, \quad b > 0$$

t. 155, s. 78

$$2\log_2(x+1) = \log_2(x+5) + 1$$

$$2\log_2(x+1) = \log_2(x+5) + \log_2 2$$

$$2\log_2(x+1) = \log_2((x+5) \cdot 2)$$

$$\log_2(x+1)^2 = \log_2(2x+10)$$

$$(x+1)^2 = 2x+10$$

$$x^2 + 2x + 1 = 2x + 10$$

$$x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm 3$$

Määrittelyehdon mukainen ratkaisu  $x = 3$ .

**Tarkistus:**

$$2\log_2(3+1) = 2\log_2 4 = 2 \cdot 2 = 4$$

$$\log_2(3+5) + 1 = \log_2 8 + 1 = 3 + 1 = 4$$

Kantaluvun logaritmi on 1:

Käytetään tulon logaritmin kaavaa (toiseen suuntaan):

Käytetään potenssin logaritmin kaavaa (toiseen suuntaan):

Määrittelyehto:

$x + 1 > 0$  ja  $x + 5 > 0$   
ovat yhtä aikaa  
voimassa, kun  $x > -1$

Toinen tapa (suoraan potenssien laskusäännöillä):

$$2\log_2(x+1) = \log_2(x+5) + 1 \quad \left| \quad 2^{(\cdot)} \right.$$

$$2^{2\log_2(x+1)} = 2^{\log_2(x+5)+1}$$

$$\left(2^{\log_2(x+1)}\right)^2 = 2^{\log_2(x+5)} \cdot 2^1$$

$$(x+1)^2 = 2(x+5) \quad \text{jne.}$$