

Logaritmifunktion derivaatta

- Logaritmifunktio $\ln x$ on derivoituva määrittelyjoukossaan $]0, \infty[$

$$\boxed{D \ln x = \frac{1}{x}} \quad x > 0$$

- Todistus:

$$e^{\ln x} = x$$

Funktiot $e^{\ln x}$ ja x ovat identtisiä, kun $x > 0$. Niillä on siis sama derivaatta

$$D e^{\ln x} = D x$$

Käytetään yhdistetyn funktion derivoimiskaavaa: Sisäfunktio $\ln x$, ulkofunktio e^x

$$e^{\ln x} D \ln x = 1$$

$$x D \ln x = 1$$

$$D \ln x = \frac{1}{x}$$

- Esimerkki: Derivoi funktio $f(x) = \ln(x^2 + 1)$
- Ratkaisu: (Funktio f on määritelty kaikilla reaaliluvuilla, sillä aina $x^2 + 1 > 0$)

$$D \ln(x^2 + 1) = \frac{1}{x^2 + 1} D(x^2 + 1) = \frac{2x}{x^2 + 1}$$

Sisäfunktio: $f(x) = x^2 + 1$, $f'(x) = 2x$

Ulkofunktio: $g(x) = \ln x$, $g'(x) = \frac{1}{x}$, $g'(f(x)) = \frac{1}{x^2 + 1}$