

Eksponenttiyhtälön ratkaiseminen

- Yhtälö $k^x = a$, missä $k > 0, k \neq 1$ ja $a > 0$, ratkaistaan logaritmillä
- Yhtälön ratkaisu on logaritmin määritelmän mukaan $x = \log_k a$.
 - Joissain tapauksissa a voidaan esittää kantaluvun k potenssina. Tällöin ratkaisu saadaan suoraan vertaamalla eksponentteja (ilman laskinta).
 - Esim. $2^x = 1\,024 \iff 2^x = 2^{10} \iff x = 10$.
- Eksponenttiyhtälö voidaan ratkaista myös millä tahansa logaritmillä esimerkiksi kymmenkantaisella logaritmillä lg:

$k^x = a$	lg	otetaan (10-kantainen) logaritmi puolittain
$\lg k^x = \lg a$		käytetään potenssin logaritmikaavaa
$x \lg k = \lg a$	: lg k	jaetaan yhtälö puolittain k:n logaritmillä
$x = \frac{\lg a}{\lg k}$		

- Tuloksesta saadaan kaava, jolla k -kantainen logaritmi voidaan esittää jonkin muun logaritmin (esim. lg) avulla: $\log_k a = \frac{\lg a}{\lg k}$

Esimerkkejä

Ratkaise yhtälö $2^x = 100$.

$$\begin{array}{l|l} 2^x = 100 & \lg \\ \lg 2^x = \lg 100 & \\ x \lg 2 = 2 & : \lg 2 \\ \hline x = \frac{2}{\lg 2} \approx 6,644 & \end{array}$$

Tai suoraan 2-kantaisella logaritmillä määritelmän mukaan:

$$2^x = 100 \Leftrightarrow x = \log_2 100 \approx 6,644$$

Laske $\log_{11} 8$ neljän merkitsevän numeron tarkkuudella (kymmenkantaisen logaritmin avulla):

$$\log_{11} 8 = \frac{\lg 8}{\lg 11} \left(= \frac{3 \lg 2}{\lg 11} \right) \approx 0,8672$$

Tarkistus:

$$11^{0,8672} \approx 8,000$$