

Yhdistetyn funktion derivaatta

Lause (ketjusääntö)

Derivoituvien funktioiden s ja u yhdistetyn funktion $u(s(x))$ derivaatta on $D(u(s(x))) = u'(s(x))s'(x)$.

- Esimerkki. Derivoi

a) $f(x) = (x^4 - 4)^3$

b) $g(x) = \cos 4x$

c) $h(x) = \sin^3 x$

Ratkaisu

a) Funktion $f(x) = (x^4 - 4)^3$ sisäfunktio on $s(x) = x^4 - 4$ ja ulkofunktio on $u(x) = x^3$.

$$\text{Tällöin } f'(x) = \underbrace{3(x^4 - 4)^2}_{u'(s(x))} \cdot \underbrace{4x^3}_{s'(x)} = 12x^3(x^4 - 4)^2$$

$$Dx^3 = 3x^2$$

b) Funktion $g(x) = \cos 4x$ sisäfunktio on $s(x) = 4x$ ja ulkofunktio on $u(x) = \cos x$. Nyt $s'(x) = 4$ ja $u'(x) = -\sin x$.

$$\text{Tällöin } g'(x) = \underbrace{-\sin 4x}_{u'(s(x))} \cdot \underbrace{4}_{s'(x)} = -4 \sin 4x$$

c) Funktion $h(x) = \sin^3 x$ sisäfunktio on $s(x) = \sin x$ ja ulkofunktio on $u(x) = x^3$.

$$h'(x) = 3 \sin^2 x \cdot \cos x = 3 \cos x \sin^2 x$$