

Tangenttifunktio, tangenttiyhtälö ja tangentin derivaatta

Tutkitaan tangenttifunktion kuvaajaa.

Lause 1. Tangenttifunktioon $f(x) = \tan x$ pätee

- Funktio on määritelty, kun $x \neq \frac{\pi}{2} + n \cdot \pi, n \in \mathbb{Z}$.
- Funktion arvojoukko on $\mathbb{R}$.
- Funktio on jatkuva.
- Funktio on jaksollinen, ja sen perusjakso on π .
- Funktio on kasvava jokaisella määrittelyjoukkonsa osavälillä.

Tangenttifunktio, tangenttiyhtälö ja tangentin derivaatta

- Tutkitaan tangenttiyhtälön ratkaisujen määrää.
- **Lause 2.** Jos $x = \alpha$ on yhtälön $\tan x = a$ yksittäinen ratkaisu, niin yhtälön täydellinen ratkaisu on

$$x = \alpha + n \cdot \pi, n \in \mathbb{Z}.$$

- Esimerkki 1. Ratkaise yhtälö $\tan x = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

$$\tan x = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$x = \frac{\pi}{6} + n \cdot \pi, n \in \mathbb{Z}$$

Taulukosta!

Tangenttifunktio, tangenttiyhtälö ja tangentin derivaatta

Huom! Tangentin avulla voidaan ratkaista yhtälöitä, jotka ovat muotoa $a \sin x = b \cos x$.

- Esimerkki 2. Ratkaise yhtälö $3 \sin x = 2 \cos x$.

$$3 \sin x = 2 \cos x \quad |: \cos x (\neq 0)$$

$$\frac{3 \sin x}{\cos x} = 2 \quad |: 3$$

$$\frac{\sin x}{\cos x} = \frac{2}{3}$$

$$\tan x = \frac{2}{3}$$

$$x = 0,588 \dots + n \cdot \pi \approx 0,59 + n \cdot \pi$$

Jos $\cos x = 0$,
yhtälö ei toteudu.

Tangenttifunktio, tangenttiyhtälö ja tangentin derivaatta

- Tangentin derivaatta voidaan johtaa yhtälön $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ avulla (tehty kirjan sivulla 90).
- Lause 3. $D \tan x = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$, kun $x \neq \frac{\pi}{2} + n \cdot \pi, n \in \mathbb{Z}$.
- Esimerkki 3. Derivoi $3 \tan x - 3x$.

$$\begin{aligned} D(3 \tan x - 3x) &= 3(1 + \tan^2 x) - 3 \\ &= 3 + 3 \tan^2 x - 3 = 3 \tan^2 x \end{aligned}$$