

Yo-tehtävä S2009/8

Ratkaise epäyhtälö $\frac{-x^2 + x + 2}{x^3 + 2x^2 - 3x} > 0$.

Ratkaistaan osoittajan nollakohdat:

$$\begin{aligned} -x^2 + x + 2 &= 0 \\ x^2 - x - 2 &= 0 \end{aligned}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2} = \begin{cases} 2 \\ -1 \end{cases}$$

Ratkaistaan nimittäjän nollakohdat
(eli kohdat, joissa lauseke ei ole
määritelty):

$$\begin{aligned} x^3 + 2x^2 - 3x &= 0 \\ x(x^2 + 2x - 3) &= 0 \\ \Leftrightarrow x = 0 \quad \text{tai} \quad x^2 + 2x - 3 &= 0 \end{aligned}$$

Tarkistus:
Ratkaisujen tulo -2 ja summa 1 eli -(-1).

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2} = \frac{-2 \pm 4}{2} = \begin{cases} 1 \\ -3 \end{cases}$$

Rationaalifunktio voi vaihtaa merkkiä vain osoittajan tai nimittäjän
nollakohdissa.

Tarkistus:
Ratkaisujen tulo -3 ja summa -2.

Tehdään *merkkikaavio*, johon on merkitty nämä nollakohdat.

Merkitään

$$f(x) = \frac{-x^2 + x + 2}{x(x^2 + 2x - 3)}$$

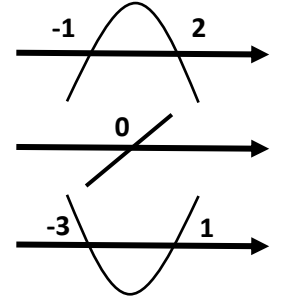
Tutkitaan merkit 1. ja 2. asteen tekijöiden avulla. Käsitellään osoittaja ja nimittäjä erikseen ja päätellään osamäärän merkki lopuksi tekijöiden merkeistä.

Epäyhtälö on tosi, kun $f(x) > 0$.
Ratkaisu voidaan nyt lukea taulukon alimmalta riviltä:

V: Epäyhtälö on tosi kun $x < -3$ tai $-1 < x < 0$ tai $1 < x < 2$.

Huom. Toinen tapa ratkaista tehtävä on käyttää oppikirjan testipistemenetelmää.

	-3	-1	0	1	2	
$-x^2 + x + 2$	-	-	+	+	+	-
x	-	-	-	+	+	+
$x^2 + 2x - 3$	+	-	-	-	+	+
$f(x)$	+	-	+	-	+	-



Merkitse nimittäjän nollakohdat katkoviivoilla (koska ne eivät voi kuulua ratkaisujoukkoon missään tilanteessa).

Parillinen määrä miinusia: +

Pariton määrä miinusia: -

