

Derivoituvan funktion suurimman ja pienimmän arvon määrittäminen

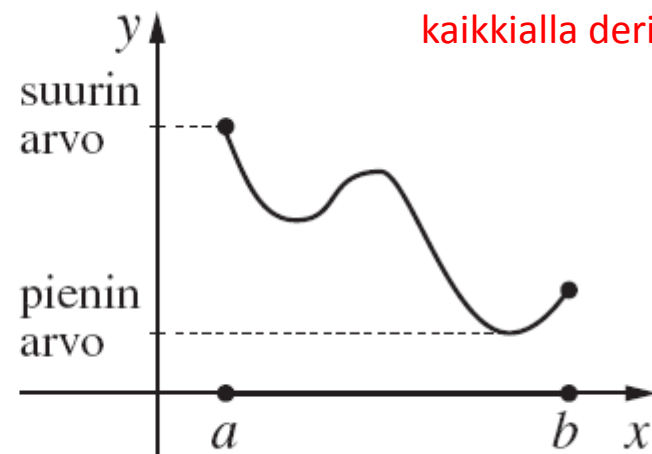
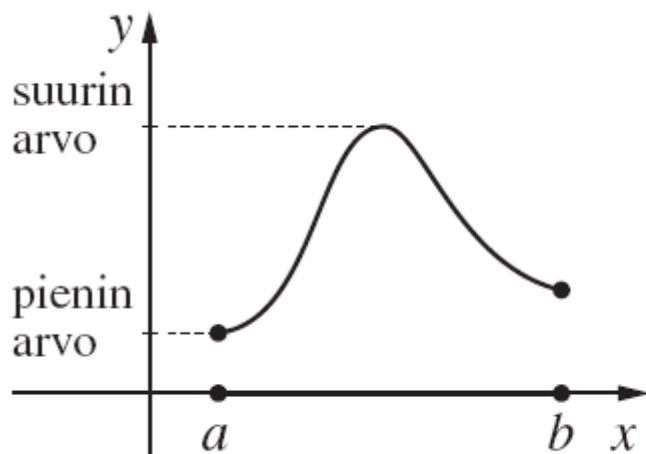
- Yleispätevä menetelmä
 1. Laaditaan kulkukaavio
 2. Jos tehtävässä on annettu jokin väli, rajataan kulkukaavio tälle välille.
 3. Päätellään kulkukaaviosta kohta, jossa funktio saa suurimman (tai pienimmän) arvon.
 4. Jos mahdollisia kohtia on useampia, lasketaan funktion arvo kaikissa näissä kohdissa.
 5. Arvoja vertaamalla löydetään suurin (tai pienin) arvo.

Derivoituvan funktion suurin ja pienin arvo *suljetulla* välillä

- ***Derivoituvan*** funktion suurin (tai pienin) arvo suljetulla välillä $[a, b]$ on joko välin päätepisteissä tai derivaatan nollakohdissa tällä välillä.

Opettele tämä perustelu!

Huom.
Polynomifunktiot ovat
kaikkialla derivoituvia.



- Suljetun välin menetelmä

1. Derivoidaan funktio.
2. Määritetään derivaattafunktion nollakohdat ja valitaan niistä ne, jotka ovat tutkittavalla välillä.
3. Lasketaan funktion arvot kyseisissä derivaatan nollakohdissa sekä välin päätepisteissä.
4. Lasketuista arvoista suurin on funktion suurin arvo suljetulla välillä.
5. Lasketuista arvoista pienin on funktion pienin arvo suljetulla välillä.

Muista sijoittaa
alkuperäisen funktion
lausekkeeseen!

Kirjoita riittävät perustelut!

t. 203, s. 97

Funktio f on polynomifunktiona derivoituva. Derivoituvan funktion pienin arvo suljetulla välillä on joko välin päätepisteissä tai derivaatan nollakohdissa tällä välillä.

1. Derivoidaan funktio $f(x) = x^3 - 5x^2 + 3x + 17$:

$$f'(x) = 3x^2 - 10x + 3$$

2. Ratkaistaan derivaattafunktion nollakohdat:

$$f'(x) = 3x^2 - 10x + 3 = 0 \Leftrightarrow$$

$$x = \frac{10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3}}{2 \cdot 3} = \frac{10 \pm 8}{6} = \begin{cases} 3 \\ 1/3 \end{cases}$$

Vain nollakohta $x = 3$ kuuluu suljetulle välille $[1, 4]$

3. Lasketaan funktion arvot kyseisissä pisteissä:

$$f(1) = 1^3 - 5 \cdot 1^2 + 3 \cdot 1 + 17 = 16$$

$$f(3) = 3^3 - 5 \cdot 3^2 + 3 \cdot 3 + 17 = 8 \quad \text{pienin}$$

$$f(4) = 4^3 - 5 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4 + 17 = 13$$

Kannattaa käyttää laskimen sijoitustoimintoa!

V: Funktio f saa pienimmän arvonsa välillä $[1, 4]$ kun $x = 3$.