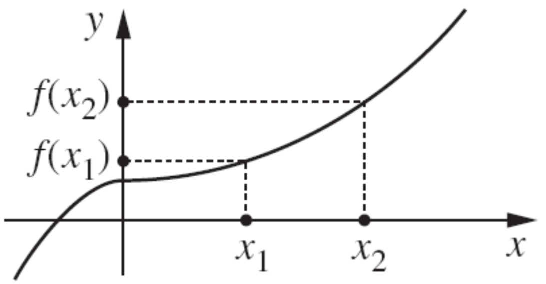
Aidosti kasvava funktio

Funktio f on *aidosti kasvava* lukusuoran välillä, jos tällä välillä muuttujan arvojen suuretessa myös funktion arvot suurenevat eli

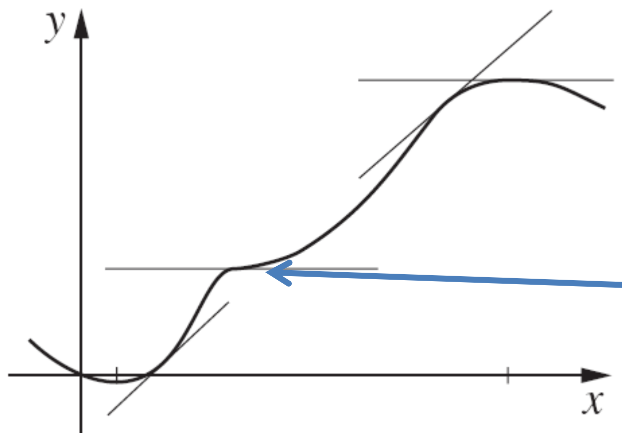
jos $x_1 > x_2$, niin $f(x_1) > f(x_2)$.

Jos yhtäsuuruus on sallittu, niin funktio on *kasvava*, mutta ei *aidosti kasvava*.



Aidosti kasvava funktio nousee vasemmalta oikealle kuljettaessa.

Jos $f'(x) \geq 0$ kaikissa välin pisteissä ja $f'(x) = 0$ vain erillisissä välin pisteissä, niin funktio on välillä aidosti kasvava.



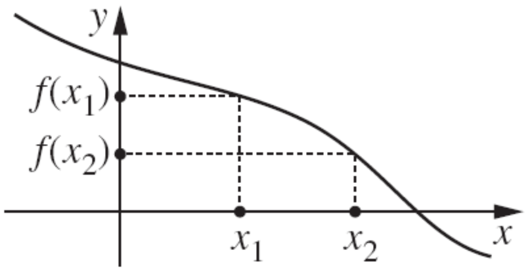
***Terassikohta* (= erillinen kohta, jossa käyrän tangentti on vaakasuora, mutta funktion kulkusuunta ei käänny)**

Aidosti vähenevä funktio

Funktio f on *aidosti vähenevä* lukusuoran välillä, jos tällä välillä muuttujan arvojen suuretessa myös funktion arvot pienenevät eli

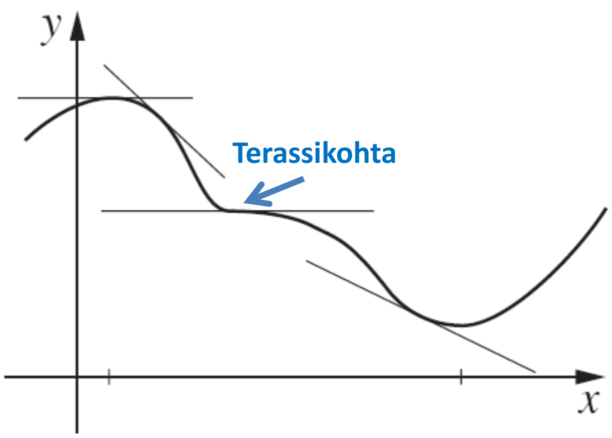
jos $x_1 > x_2$, niin $f(x_1) < f(x_2)$.

Jos yhtäsuuruus on sallittu, niin funktio on *vähenevä*, mutta ei *aidosti vähenevä*.



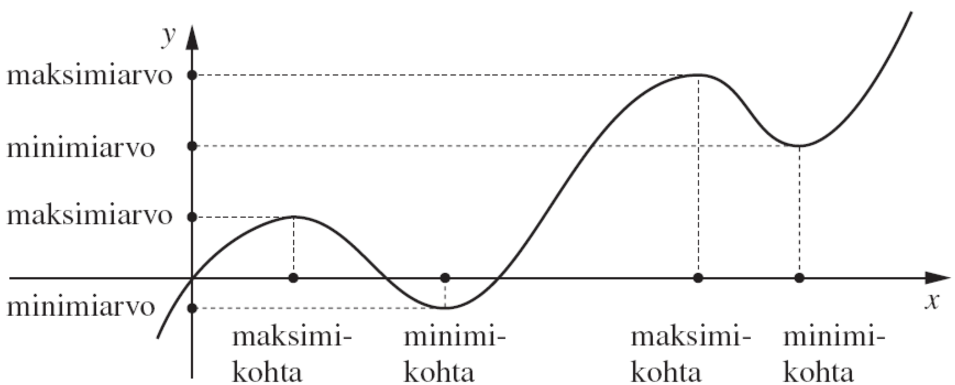
Aidosti vähenevä funktio laskee vasemmalta oikealle kuljettaessa.

Jos $f'(x) \leq 0$ kaikissa välin pisteissä ja $f'(x) = 0$ vain erillisis-sä välin pisteissä, niin funktio on välillä aidosti vähenevä.

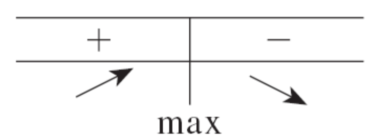


Funktion ääriarvot

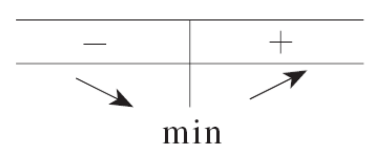
- Funktion *maksimikohta* (*paikallinen maksimi*) on kohta, jossa funktio saa suuremman arvon kuin muualla tämän kohdan läheisyydessä.
- Funktio on aidosti kasvava maksimikohdan vasemmalla puolella ja aidosti vähenevä maksimin oikealla puolella.
- Vastaavasti funktion *minimikohta* (*paikallinen minimi*) on kohta, jossa funktio saa paikallisesti pienimmän arvon.
- Funktio on aidosti vähenevä minimikohdan vasemmalla puolella ja aidosti kasvava minimin oikealla puolella.
- Maksimi- ja minimikohdat ovat funktion *ääriarvokohtia.*
- Maksimi- ja minimiarvoja kutsutaan funktion *ääriarvoiksi*.



Maksimikohta: Derivaatan merkki vaihtuu + -> -



Minimikohta: Derivaatan merkki vaihtuu - -> +



Derivoituvan funktion ääriarvokohdissa derivaatta on nolla ja derivaatan merkki vaihtuu.

t. 182, s. 85

Tutkitaan funktion kulkua derivaatan avulla.

1. Derivoidaan funktio $f(x) = 48x - x^3$.

$$f'(x) = 48 - 3x^2$$

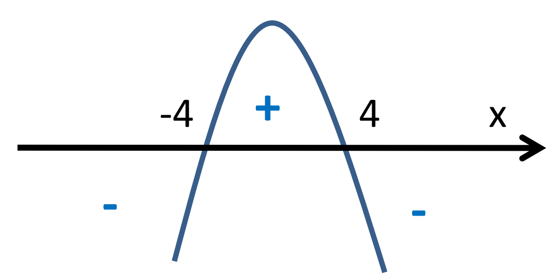
2. Ratkaistaan derivaatan nollakohdat (eli yhtälö $f'(x) = 0$)

$$f'(x) = 48 - 3x^2 = 0 \quad \Leftrightarrow x^2 = 16 \quad \Leftrightarrow \quad x = \pm 4$$

3. Tehdään kulkukaavio, jossa näkyy derivaatan merkki, nollakohdat ja funktion kulku.

		-4		4	x
$f'(x)$	-		+		-
$f(x)$	↘		↗		↘
		min		max	

Derivaattafunktion kuvaaja on alaspäin aukeava paraabeli.



Kulkukaavion perusteella funktiolla on ääriarvokohdat $x = -4$ (paikallinen minimikohta) ja $x = 4$ (paikallinen maksimikohta).
Vastaavat ääriarvot ovat $f(-4) = 48 \cdot (-4) - (-4)^3 = -128$ (paikallinen minimiarvo)
Ja $f(4) = 48 \cdot 4 - 4^3 = 128$ (paikallinen maksimiarvo).