

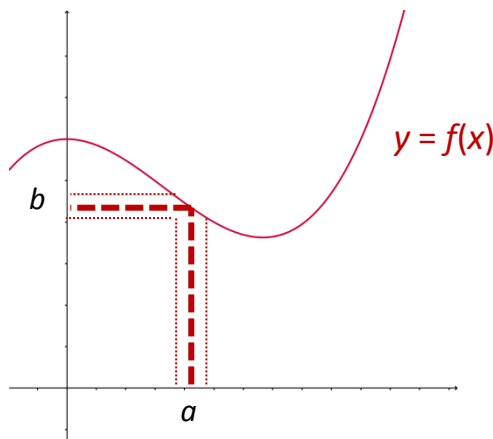
Funktion raja-arvo

Oletetaan, että funktio f on määritelty kohdan a läheisyydessä kohdan a molemmilla puolilla.

Funktiolla f on kohdassa a raja-arvo b , jos muuttujan arvojen lähestyessä lukua a kummalta puolelta tahansa, funktion f arvot lähestyvät lukua b .

Lähestymisen tulee olla sellaista, että tulemalla tarpeeksi lähelle lukua a funktion f arvot saadaan niin lähelle lukua b kuin suinkin halutaan.

Merkitään $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ tai $f(x) \rightarrow b$, kun $x \rightarrow a$



Huom.
Funktion (mahdollisella) arvolla kohdassa a ei ole merkitystä raja-arvon b kannalta, vaan ainoastaan sillä, miten funktio käyttäytyy kohdan a läheisyydessä.

t. 50, s. 29

a)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 + 1)(x^2 - 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 + 1)(x + 1)(\cancel{x - 1})}{\cancel{x - 1}} = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 1)(x + 1) = (1^2 + 1)(1 + 1) = \underline{\underline{4}}$$


Lauseke on "muotoa $\frac{0}{0}$ " kohdassa $x = 1$,
joten raja-arvo voi olla olemassa (ks. s. 27)

b) Toinen tapa ilman "lim" -merkintää:

$$\frac{x^4 - 1}{x + 1} = \frac{(x^2 + 1)(\cancel{x - 1})(x - 1)}{\cancel{x - 1}} = (x^2 + 1)(x - 1) \rightarrow ((-1)^2 + 1)(-1 - 1) = \underline{\underline{-4}}, \text{ kun } x \rightarrow -1$$

Lausekkeen (funktion) $\frac{x^4 - 1}{x + 1}$ arvo *lähestyy* lukua -4,
kun x lähestyy lukua -1. Lauseketta ei kuitenkaan
ole määritelty kohdassa -1.