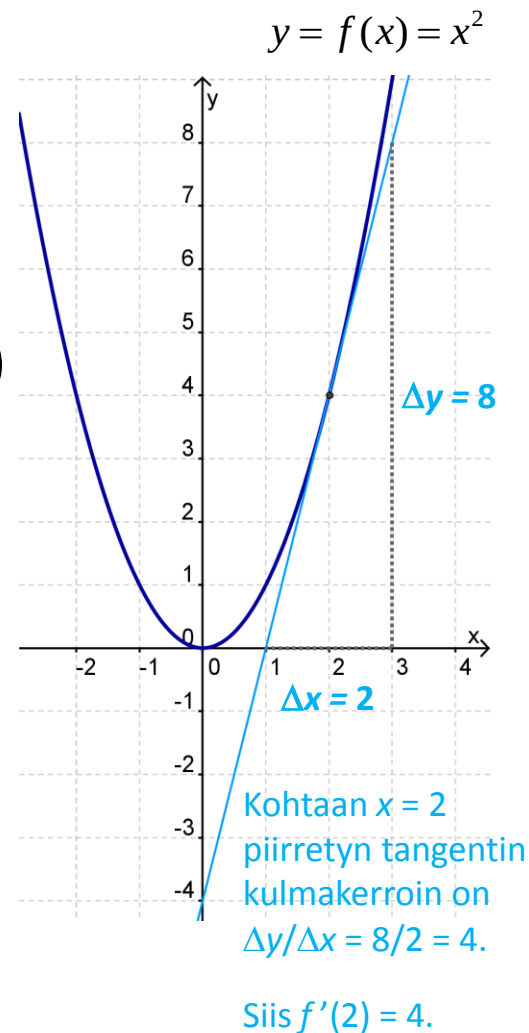


Funktion derivaatta

- Derivaatan graafinen tulkinta:
 - Funktion f *derivaatta* muuttujan arvolla a on funktion kuvaajaan kohtaan a piirretyn tangentin eli sivuajan kulmakerroin.
- Funktion f derivaatta kohdassa a merkitään $f'(a)$
- Funktio on *derivoituva kohdassa a* , jos funktion kuvaajalle voidaan tähän kohtaan piirtää yksikäsitteinen tangentti, joka ei ole pystysuora.
- Jos funktio on derivoituva kohdassa a , niin sen pitää olla myös jatkuva kohdassa a .
- Kaikki jatkuvat funktiot eivät kuitenkaan ole derivoituvia
 - Esim. $f(x) = |x|$ ja $g(x) = \sqrt[3]{x}$ ovat jatkuvia (ja määritelty) kaikilla reaaliluvuilla. Ne eivät kuitenkaan ole derivoituvia origossa.

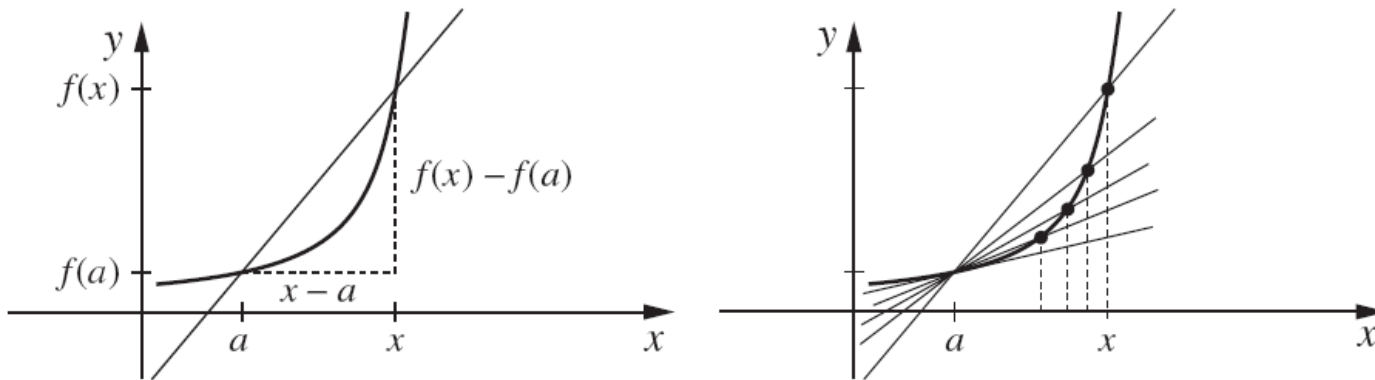


Erotusosamäärä

Funktion f erotusosamäärä kohdassa a on

$$\frac{f(x) - f(a)}{x - a}.$$

Erotusosamäärä on käyrää leikkaavan suoran eli *sekantin* kulmakerroin.



- Olkoon toinen leikkauspiste kiinteä ja sen x -koordinaatti $= a$. Kun toinen piste x lähestyy kohtaa a , niin sekantti kiertyy kohti käyrälle kohtaan a piirrettyä tangenttia.
- Täten erotusosamäärä kohdassa a lähestyy funktion derivaattaa $f'(a)$, kun x lähestyy kohtaa a .

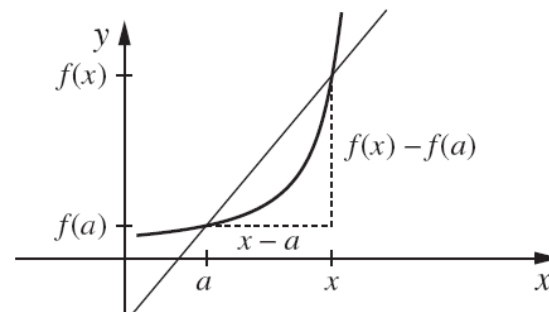
Havainnollistus Geogebralla:

<http://www.geogebra.org/en/upload/files/suomi/erluomaa/analyysi/sekantistatangentiksi.html>

Derivaatan määritelmä

- Edellisen perusteella derivaatta voidaan määritellä täsmällisesti erotusosamäärän raja-arvona.
- Jos funktion f erotusosamäärällä kohdassa a on raja-arvo tässä kohdassa, niin funktio f on derivoituva kohdassa a .
- Funktion f derivaatta kohdassa a on

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}.$$



- Joskus on käytännöllisempää merkitä $x - a = h$ ($= x$ -koordinaattien välimatka), joten funktion f derivaatta kohdassa a voidaan myös esittää muodossa

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a + h) - f(a)}{h}.$$