

Derivaattafunktio

- Funktion f *derivaattafunktio* f' on funktio, jonka arvo on funktion f derivaatta jokaisessa kohdassa, jossa funktio f on derivoituva.
- Derivaattafunktion määrittämistä kutsutaan *derivoimiseksi*.
- Derivointi voidaan merkitä myös derivaattaoperaattorien D tai $\frac{d}{dx}$ avulla. Siis $f'(x) = Df(x) = \frac{d}{dx}f(x)$.
- Seuraavat derivoimiskaavat voidaan johtaa suoraan derivaatan määritelmästä (ja raja-arvon ominaisuuksista), ks. oppikirja s. 54-55 ja 58-60.
 - Vakiofunktion, $f(x) = c = \text{vakio}$, derivaatta on nollafunktio: $Dc = 0$
Potenssifunktion $f(x) = x^n$, $n = 1, 2, 3, \dots$ derivaatta saadaan kaavalla

$$Dx^n = nx^{n-1}$$

Eksponentti pienenee yhdellä ja alkuperäinen eksponentti tulee eteen kertoimeksi
 - Summa voidaan derivoida erikseen: $D(f(x) + g(x)) = Df(x) + Dg(x)$
Vakio (k) voidaan siirtää derivoinnin ulkopuolelle: $Dkf(x) = kDf(x)$

- Edellisten sääntöjen avulla voidaan määrittää minkä tahansa polynomifunktion derivaatta
 - Derivointi voidaan suorittaa termeittäin ja x :n potenssien mahdolliset kertoimet voi siirtää derivoinnin eteen
- Derivaattafunktion asteluku on yhden pienempi kuin alkuperäisen funktion
- Esimerkkejä:

$$D3x^5 = 3Dx^5 = 3 \cdot 5x^{5-1} = \underline{\underline{15x^4}}$$

(Vakion siirtosääntö) (Potenssin derivoimiskaava)

$$D(x^4 - 2x^3 + 10x^2 + 2x - 5) = 4x^{4-1} - 2 \cdot 3x^{3-1} + 10 \cdot 2x^{2-1} + 2 \quad (D2x = 2 \text{ ja } D5 = 0)$$

(Derivoidaan termeittäin)

$$= \underline{\underline{4x^3 - 6x^2 + 20x + 2}}$$

$$D(x^3 + 2x)^2 = D(x^6 + 4x^4 + 4x^2) = 6x^5 + 4 \cdot 4x^3 + 4 \cdot 2x$$

$$= \underline{\underline{6x^5 + 16x^3 + 8x}}$$