Rationaalifunktion ääriarvot

- Rationaalifunktion derivaatan merkki voi vaihtua myös kohdissa, joissa funktiota ei ole määritelty.

-> Kulkukaavioon merkitään

1. Mahdolliset välin päätepisteet
2. Derivaatan nollakohdat
3. Kohdat, joissa funktiota ei ole määritelty.

Esimerkki

Olkoon $f(x) = \frac{x+2}{x^2}, x \neq 0$. Määritä funktion paikalliset ääriarvot.

Ratkaisu. Derivoidaan funktio f.

$$f'(x) = \frac{1 \cdot x^2 - (x+2) \cdot 2x}{(x^2)^2} = \frac{x^2 - 2x^2 - 4x}{x^4} = \frac{-x^2 - 4x}{x^4}, x \neq 0.$$

Nimittäjä on positiivinen, kun $x \neq 0$, joten osamäärän merkki on sama kuin osoittajan merkki.

Lasketaan osoittajan nollakohdat.

$-x^2 - 4x = 0$

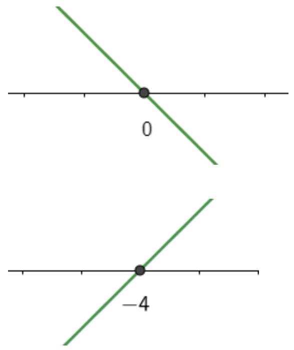
$-x(x+4) = 0$

$x = 0$ tai $x + 4 = 0$

$x = -4$

Tehdään funktion kulkukaavio.

		-4	0
$-x$	$+$	$+$	$-$
$x+4$	$-$	$+$	$+$
$f'(x)$	$-$	$+$	$-$
$f(x)$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$



Funktiolla on paikallinen minimikohta kohdassa $x = -4$. Sillä ei ole paikallista maksimikohtaa, koska sitä ei ole määritelty kohdassa $x = 0$.

Minimiarvo on $f(-4) = \frac{-4+2}{(-4)^2} = \frac{-2}{16} = -\frac{1}{8}$.

V. Funktiolla on paikallinen minimiarvo kohdassa $x = -4$ ja se on $-\frac{1}{8}$.