

t. 452, s. 141
(K2016/8)

a) Määritetään tason yhtälö kolmen tason pisteen avulla.

Valitaan suoralta $x + 2y = 3$ kaksi pistettä.

Sijoitetaan ensin $x = 0$:

$$0 + 2y = 3$$

$$y = \frac{3}{2}$$

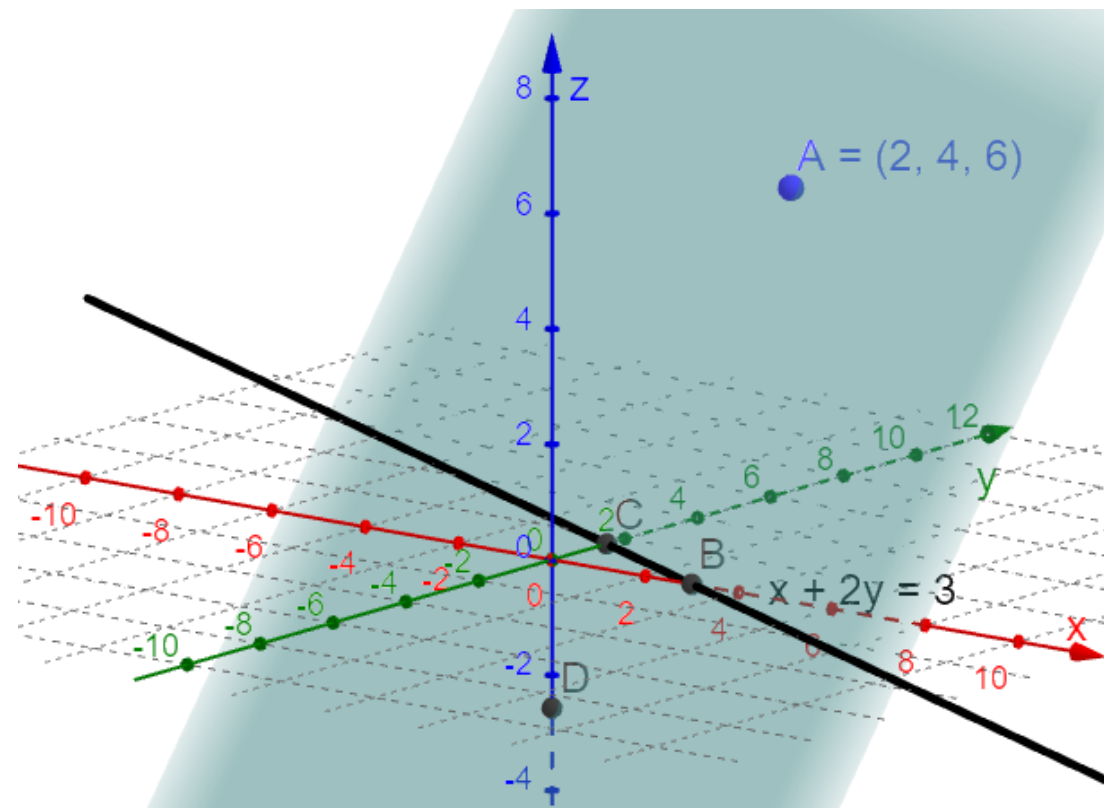
Siis yksi suoran piste (ja samalla tason ja y –akselin leikkauspiste) on $(0, \frac{3}{2}, 0)$

Sijoitetaan seuraavaksi $y = 0$:

$$x + 2 \cdot 0 = 3$$

$$x = 3$$

Toinen suoran piste (ja samalla tason ja x –akselin leikkauspiste) on $(3, 0, 0)$.



Muodostetaan tason yhtälö yhtälöryhmän avulla.

Yhtälöryhmä saadaan, kun normaalimuotoiseen tason yhtälöön $ax + by + cz + d = 0$ sijoitetaan tason pisteiden koordinaatit:

GeoGebra:

1	$a \cdot x + b \cdot y + c \cdot z + d = 0$ Sijoita, $x=2, y=4, z=6$: $2a + 4b + 6c + d = 0$
2	$a \cdot x + b \cdot y + c \cdot z + d = 0$ Sijoita, $x=0, y=3/2, z=0$: $\frac{3}{2}b + d = 0$
3	$a \cdot x + b \cdot y + c \cdot z + d = 0$ Sijoita, $x=3, y=0, z=0$: $3a + d = 0$

Ratkaistaan yhtälöryhmä CAS-tilassa:

$$\begin{cases} 2a + 4b + 6c + d = 0 \\ \frac{3}{2}b + d = 0 \\ 3a + d = 0 \end{cases}$$

	$\{\$1, \$2, \$3\}$
4 ☐	Ratkaise: $\left\{ \left\{ a = -\frac{1}{3}d, b = -\frac{2}{3}d, c = \frac{7}{18}d \right\} \right\}$

Sijoitetaan ratkaisut $a = -\frac{1}{3}d$, $b = -\frac{2}{3}d$ ja $c = \frac{7}{18}d$ yleiseen normaalimuotoiseen tason yhtälöön:

$$-\frac{1}{3}d \cdot x - \frac{2}{3}d \cdot y + \frac{7}{18}d \cdot z + d = 0$$

(Tason yhtälöllä on äärettömän monta eri esitysmuotoa, koska yhtälön voi kertoa tai jakaa millä tahansa nollasta eroavalla luvulla.)

Yhtälössä on jäljellä parametri d , mutta sen voi jakaa pois tai sijoittaa sen paikalle sopiva luku.

Murtoluvuista päästään eroon sijoittamalla esim. $d = -18$.

$$-\frac{1}{3} \cdot (-18) \cdot x - \frac{2}{3} \cdot (-18) \cdot y + \frac{7}{18} \cdot (-18) \cdot z - 18 = 0$$

$$6x + 12y - 7z - 18 = 0$$

Vastaus: Tason yhtälö on $6x + 12y - 7z - 18 = 0$

b) Ratkaistaan vielä tason ja z –akselin leikkauspiste sijoittamalla $x = 0$ ja $y = 0$ tason yhtälöön:

$$6 \cdot 0 + 12 \cdot 0 - 7z - 18 = 0$$

$$-7z = 18$$

$$z = -\frac{18}{7} \quad (\approx -2,57)$$

Tason ja x –akselin leikkauspiste on $(3,0,0)$.

Tason ja y –akselin leikkauspiste on $\left(0, \frac{3}{2}, 0\right)$.

Tason ja z –akselin leikkauspiste on $\left(0,0, -\frac{18}{7}\right)$.