t. 312, s. 96

Merkitään $\bar{u} = r\bar{a} + s\bar{b} + t\bar{c}$, missä r, s ja t ovat joitakin reaalilukuja.

$$-\bar{\imath} + 2\bar{\jmath} = r(\bar{\imath} + 2\bar{k}) + s(\bar{\imath} + \bar{\jmath} + \bar{k}) + t(3\bar{\jmath} - \bar{k})$$

$$-\bar{\imath} + 2\bar{\jmath} = r\bar{\imath} + 2r\bar{k} + s\bar{\imath} + s\bar{\jmath} + s\bar{k} + 3t\bar{\jmath} - t\bar{k}$$

$$-\bar{\imath} + 2\bar{\jmath} = r\bar{\imath} + s\bar{\imath} + +s\bar{\jmath} + 3t\bar{\jmath} + 2r\bar{k} + s\bar{k} - t\bar{k}$$

$$-\bar{\imath} + 2\bar{\jmath} = (r + s)\bar{\imath} + (s + 3t)\bar{\jmath} + (2r + s - t)\bar{k}$$

$$\bar{u} = -\bar{\imath} + 2\bar{\jmath}$$

$$\bar{a} = \bar{\imath} + 2\bar{k}$$

$$\bar{b} = \bar{\imath} + \bar{\jmath} + \bar{k}$$

$$\bar{c} = 3\bar{\jmath} - \bar{k}$$

(Vektorit $\bar{a}, \bar{b}$ ja $\bar{c}$ eivät ole samassa tasossa, joten ne voivat toimia kolmiulotteisen avaruuden kantavektoreina.)

Komponenttien yksikäsitteisyyden perusteella saadaan yhtälöryhmä:

$$\begin{cases} -1 = r + s \\ 2 = s + 3t \\ 0 = 2r + s - t \end{cases}$$

Ratkaistaan yhtälöryhmä sijoituskeinolla (r ja t esitetään s:n lausekkeina).

$$\begin{cases} r = -s - 1 \\ t = \dfrac{2 - s}{3} \\ 0 = 2r + s - t \end{cases}$$

Sijoittamalla r:n ja s:n lausekkeet alimpaan yhtälöön saadaan yhtälö:

$$0 = 2(-s - 1) + s - \frac{2 - s}{3}$$

$$0 = 2(-s-1) + s - \frac{2-s}{3} \quad \bigg| \cdot 3$$

$$0 = 6(-s-1) + 3s - (2-s)$$

$$0 = -6s - 6 + 3s - 2 + s$$

$$0 = -2s - 8$$

$$2s = -8$$

$s = -4$ Sijoitetaan:

$$\begin{cases} -1 = r + s \\ 2 = s + 3t \\ 0 = 2r + s - t \end{cases}$$

$$-1 = r - 4$$

$$r = 3$$

$$2 = -4 + 3t$$

$$3t = 6$$

$$t = 2$$

Vastaus: $\bar{u} = 3\bar{a} - 4\bar{b} + 2\bar{c}$

Vektorin $\bar{a}$ suuntainen komponentti on $3\bar{a} = 3(\bar{\imath} + 2\bar{k}) = 3\bar{\imath} + 6\bar{k}$.

Huomaa, että GeoGebra tulkitsee merkinnän a = (1,0,2) vektoriksi ja merkinnän A = (1,0,2) pisteeksi.

Vektori

$a = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

$b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$c = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$

$u = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

1 $u = r \cdot a + s \cdot b + t \cdot c$

$\rightarrow \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r + s \\ s + 3\,t \\ 2\,r + s - t \end{pmatrix}$

2

Muista kertomerkki kahden kirjaimella merkityn asian (kertoimen ja vektorin) väliin!

1 $u = r\,a + s\,b + t\,c$

Ratkaise:

$\{\{r = 3, s = -4, t = 2\}\}$