

t. 280, s. 121

Olkoon ympyrän säde r ja keskipiste origossa.

Ympyrän yhtälö on tällöin $x^2 + y^2 = r^2$.

Valitaan halkaisija x –akselille, jolloin halkaisijan päätepisteet ovat $A(-r, 0)$ ja $B(r, 0)$.

Olkoon $P(x, y)$ jokin ympyrän kehän piste (x –akselin yläpuolella). Pitää osoittaa, että janat AP ja BP ovat kohtisuorassa.

Lasketaan janojen kulmakertoimet:

$$\text{Jana } AP: k_1 = \frac{\Delta y_1}{\Delta x_1} = \frac{y}{x+r}$$

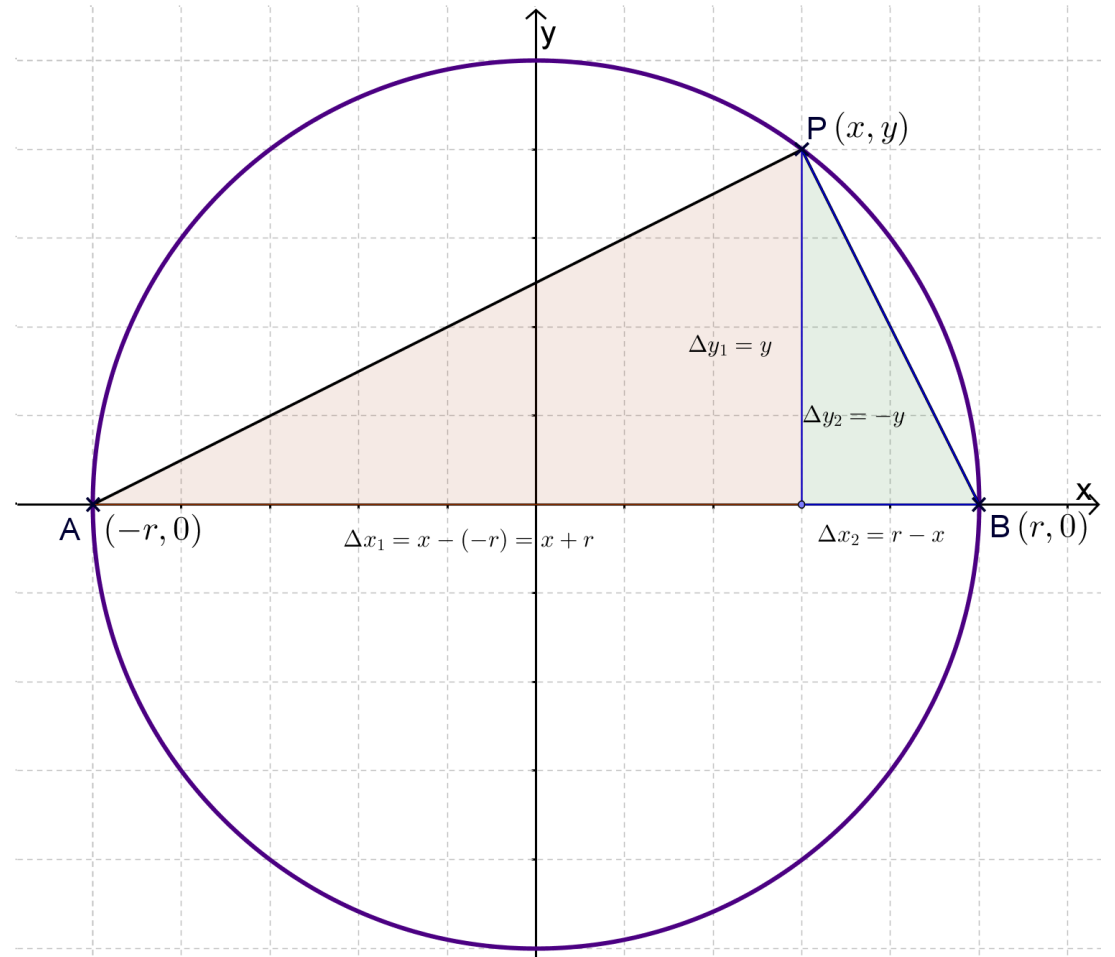
$$\text{Jana } BP: k_2 = \frac{\Delta y_2}{\Delta x_2} = \frac{-y}{r-x}$$

Lasketaan kulmakertoimien tulo:

$$k_1 \cdot k_2 = \frac{y}{x+r} \cdot \frac{-y}{r-x} = \frac{-y^2}{\underbrace{r^2 - x^2}_{y^2}}$$

$$k_1 \cdot k_2 = \frac{\cancel{-y^2}}{\cancel{y^2}} = \frac{-1}{1} = -1$$

Ympyrän yhtälöstä $x^2 + y^2 = r^2$
saadaan $y^2 = r^2 - x^2$



Kulmakertoimien tulo on siis -1 eli janat ovat kohtisuorassa.

Puoliympyrän sisältämä kehäkulma on siis suorakulma.