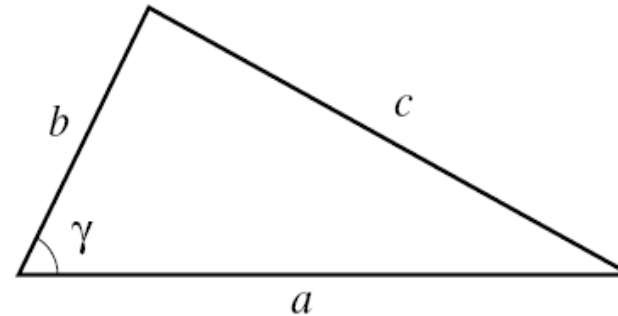


Kosinilause

- Kolmion sivun pituuden neliö (c^2) on kahden muun sivun pituuksien neliöiden summa ($a^2 + b^2$) vähennettynä kahden muun sivun pituuksien ja välisen kulman kosinin kaksinkertaisella tulolla $2ab \cos \gamma$.

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

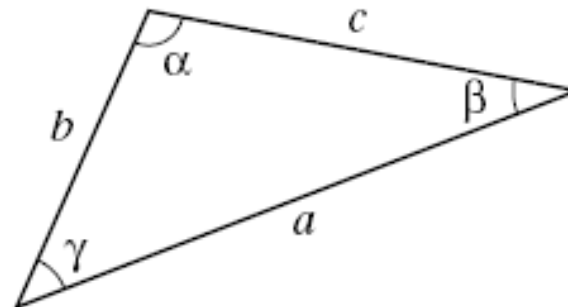


- Kun $\gamma = 90^\circ$ niin $\cos \gamma = 0$, jolloin kyseessä on Pythagoraan lause.
- Kosinilauseetta voidaan käyttää, kun kolmiosta tunnetaan:
 - kaksi sivua ja niiden välinen kulma
 - kaikki sivut, mutta ei yhtään kulmaa
 - kaksi sivua ja toisen vastainen kulma. (Muodostuu täydellinen toisen asteen yhtälö)

Sinilause

- Kolmiossa sivun ja vastaisen kulman sinin suhde on vakio
- Voidaan siis muodostaa kolme suhdetta, jotka ovat yhtä suuria riippumatta kolmion muodosta

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

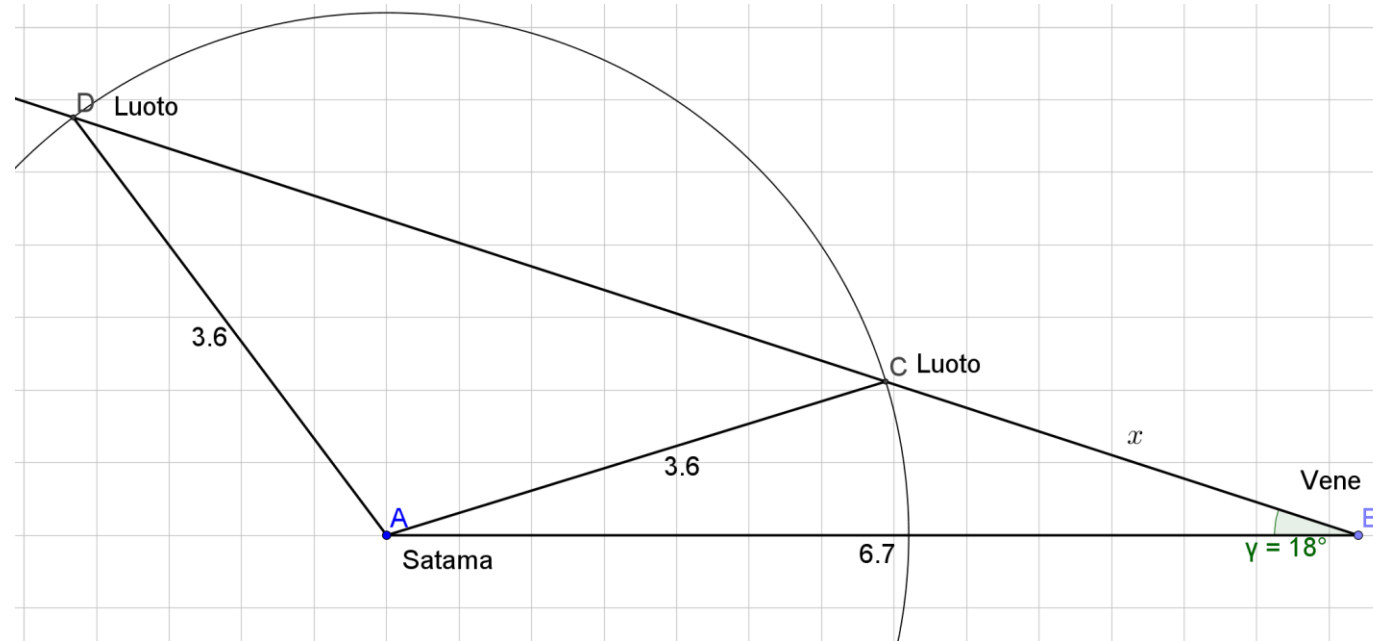


- Sinilauseetta voidaan käyttää, kun kolmiosta tunnetaan :
 - kaksi kulmaa (kolmas helppo laskea) ja yksi sivu
 - kaksi sivua ja toisen vastainen kulma. Huomaa, että tällöin ratkaisuja voi kuitenkin olla kaksi! (Piirrä kuvio.)

Esimerkki:

Veneilijä on 6,7 km etäisyydellä satamasta. Hän näkee luodon 18 kulmassa satamaan nähden. Luodon ja sataman välinen etäisyys on 3,6 km. Kuinka kaukana luoto on veneestä?

Tehdään
mallikuvio
Geogebraa:



1. tapa: Käytetään kosinilausetta.

Tunnetun kulman (γ) vastainen sivu = c .

$$3,6^2 = 6,7^2 + x^2 - 2 \cdot 6,7 \cdot x \cdot \cos 18^\circ$$

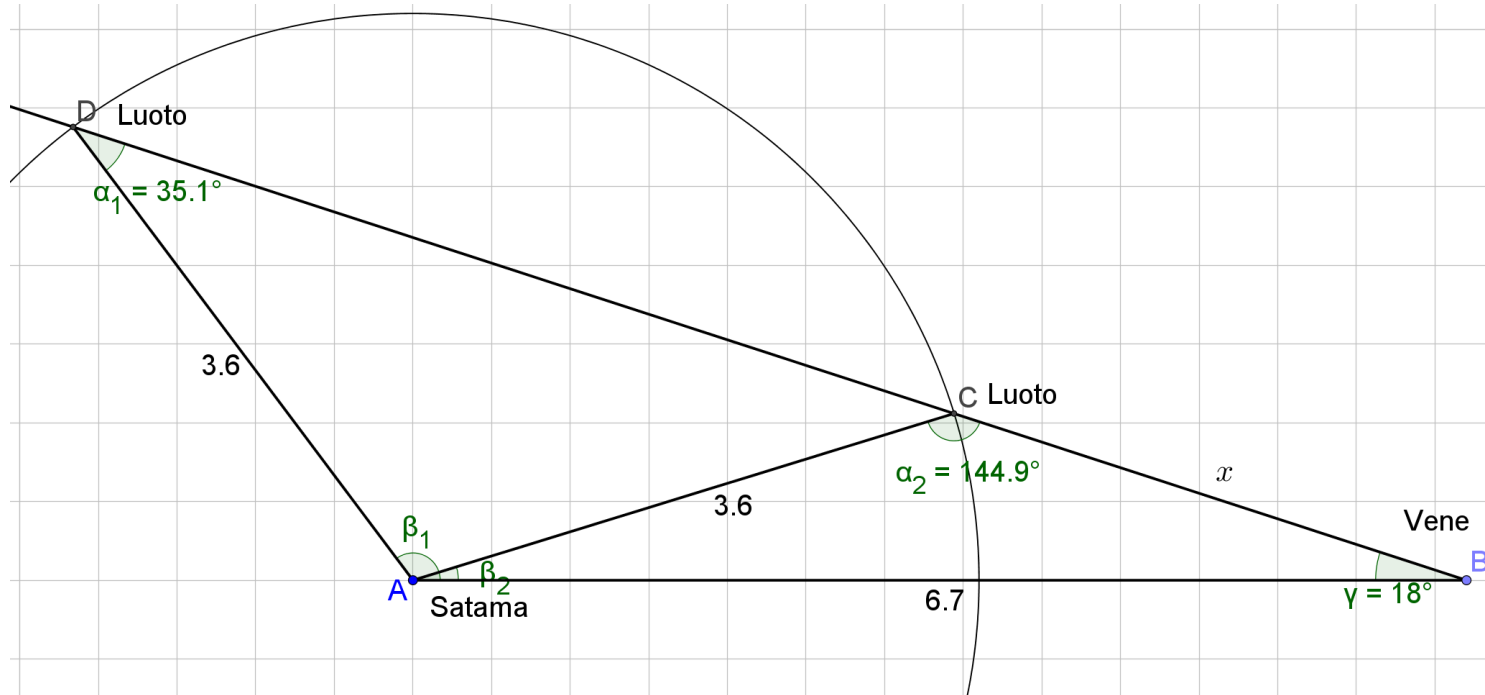
Muista oikea kulma-asetus!

Kyseessä on toisen asteen yhtälö, jonka ratkaisuksi saadaan laskinohjelmistolla

$$x_1 \approx 3,43 \text{ ja } x_2 \approx 9,32$$

V: Veneen etäisyys luodosta on 3,4 km tai 9,3 km.

2. tapa: Käytetään sinilausetta.



$$\frac{3,6}{\sin 18^\circ} = \frac{6,7}{\sin \alpha} \Leftrightarrow \sin \alpha = \frac{6,7}{3,6} \sin 18^\circ$$

$$\alpha = \alpha_1 \approx 35,11^\circ \text{ tai } \alpha = \alpha_2 \approx 180^\circ - 35,11^\circ \approx 144,89^\circ$$

Kun ratkaiset alkuperäisen yhtälön laskinohjelmistolla, rajaa ratkaisujoukko välille $0 < \alpha < 180^\circ$.

$$\text{solve}\left(\frac{3.6}{\sin(18)} = \frac{6.7}{\sin(x)}\right) | 0 < x < 180$$

$$\{x=144.8923166, x=35.10768343\}$$

Ratkaistaan sivun x vastainen kulma:

$$\beta_1 = 180^\circ - 18^\circ - \alpha_1 \approx 180^\circ - 18^\circ - 35,11^\circ = 126,89^\circ \text{ tai}$$

$$\beta_2 = 180^\circ - 18^\circ - \alpha_2 \approx 180^\circ - 18^\circ - 144,89^\circ = 17,11^\circ$$

Sivu x saadaan käyttämällä uudestaan sinilausetta:

$$\frac{x}{\sin \beta} = \frac{3,6}{\sin 18^\circ}$$

$$x = \frac{3,6}{\sin 18^\circ} \sin \beta$$

$$x \approx \frac{3,6}{\sin 18^\circ} \sin 126,89^\circ \approx 9,32 \quad \text{tai} \quad x \approx \frac{3,6}{\sin 18^\circ} \sin 17,11^\circ \approx 3,43$$

V: Veneen etäisyys luodosta on 3,4 km tai 9,3 km.