

Analyttisen geometrian perusidea

- Analyttisessä geometriassa tutkitaan pistejoukkoja (eli käyriä) koordinaatistossa
 - Pistejoukko voi olla esimerkiksi suora tai ympyrä (x, y) -tasossa
- Pistejoukko voidaan (yleensä) esittää kahden muuttujan x ja y yhtälönä
- ***Jos koordinaatit x ja y toteuttavat pistejoukon yhtälön, niin piste (x, y) kuuluu pistejoukkoon.***
- Ja kääntäen:
- ***Jos piste (x, y) kuuluu pistejoukkoon, niin x ja y toteuttavat pistejoukon yhtälön.***

Suoran yhtälö

Jos suora kulkee pisteen (x_0, y_0) kautta ja suoran kulmakerroin on k , niin suoran yhtälö on

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

Kaavan perustelu kulmakertoimen määritelmästä:

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y - y_0}{x - x_0} \quad \Bigg| \cdot (x - x_0)$$

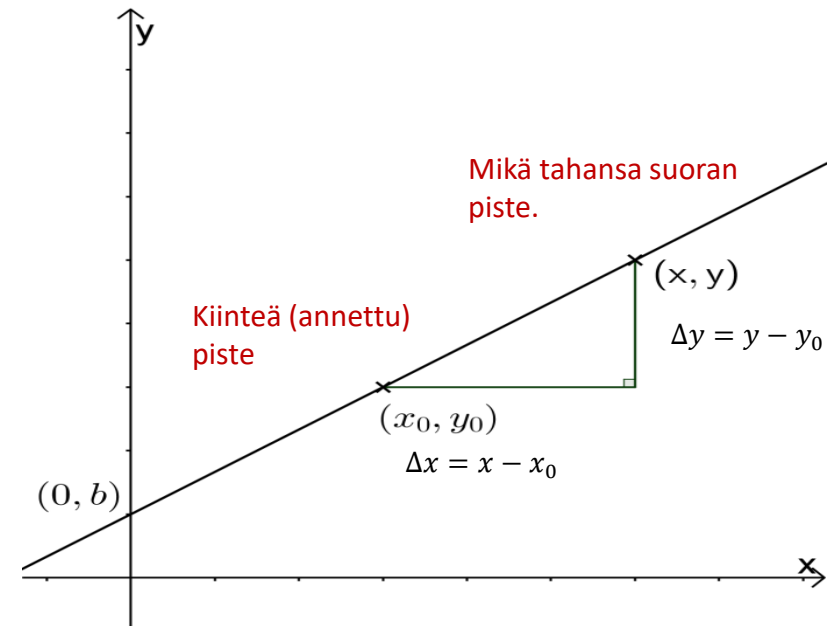
$$k(x - x_0) = y - y_0$$

Kun suoran yhtälöstä ratkaistaan y , yhtälö tulee muotoon

$$y = kx + b.$$

perustelu:

$$y = k(x - x_0) + y_0 = kx + \underbrace{y_0 - kx_0}_b$$



Esimerkki:

- a) Näytä, että piste $(3, 5)$ on ympyrällä $x^2 + (y - 3)^2 = 13$
- b) Määritä kyseiseen pisteeseen piirretyn ympyrän tangentin yhtälö.

a) Piste on ympyrällä, jos sen koordinaatit toteuttavat ympyrän yhtälön.

Sijoitetaan $x = 3$ ja $y = 5$ yhtälöön $x^2 + (y - 3)^2 = 13$.

$$3^2 + (5 - 3)^2 = 9 + 2^2 = 13$$

Piste $(3, 5)$ on siis ympyrällä $x^2 + (y - 3)^2 = 13$.

b) Tangentti on kohtisuorassa sivuamiskohtaan piirrettyä sädettä vastaan.

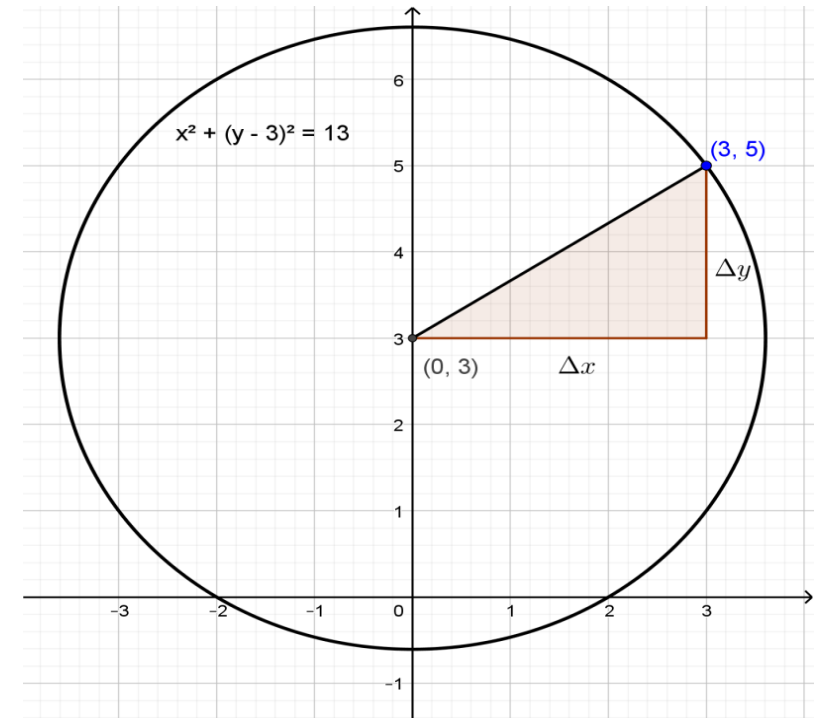
Määritetään tämän säteen kautta kulkevan suoran kulmakerroin k .

Ympyrän keskipiste on $(0, 3)$.

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5 - 3}{3 - 0} = \frac{2}{3}$$

Tangentin kulmakerroin on siis kohtisuoruusehdon perusteella

$$k_T = -\frac{3}{2}.$$



Tangenttisuoran yhtälö:

$$y - 5 = -\frac{3}{2}(x - 3)$$

$$y = -\frac{3}{2}x + \frac{9}{2} + 5$$

$$y = -\frac{3}{2}x + \frac{19}{2}$$

Yleisessä muodossa:

$$2y = -3x + 19$$

$$\underline{\underline{3x + 2y - 19 = 0}}$$

